Esercizi interattivi di Matematica Generale. Integrali Indefiniti

Francesco Brega – Grazia Messineo

Istruzioni

Per iniziare i quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Dove viene richiesta una risposta scritta usare le seguenti regole:

- Usare `*` per indicare la moltiplicazione: scrivere 4*x per $4x$;
- Usare `^` per indicare le potenze: scrivere `4*x^3` per $4x^3$; `12*x^-6` per $12x^{-6}$;
- Usare parentesi per delimitare l'argomento di una funzione; cioè scrivere `cos(x)` e non `cos x`;
- Usare parentesi per indicare il *risultato* di un'operazione: scrivere `4*x*(x^2+1)^3` per $4x(x^2+1)^3$; `4^(2*x+1)` per 4^{2x+1}; `(cos(x))^2` per $(\cos(x))^2$. *Non* scrivere `cos^2(x)` per $\cos^2(x)$, scrivere `(cos(x))^2`!
- Si possono usare parentesi quadre `[ ]` o graffe `{ }`, per delimitare un'espressione matematica.
- Funzioni che possono essere usate:
  - Trigonometriche: `sin` (seno), `cos` (coseno), `tan` (tangente), `cot` (cotangente), `sec` (secante), `csc` (cosecante);
  - Trigonometriche Inverse: `asin` (arcoseno), `acos` (arcocoseno), `atan` (arcotangente);
  - Logaritmiche: `ln` (logaritmo naturaleg), o `log`;
  - Esponenziale: la funzione esponenziale e^x, può essere immessa come `exp(x)` o come `e^x`.
  - Il valore assoluto, `abs(·)` può anche essere scritto nel modo solito `|·|`; cioè si può scrivere `abs(x)` o `|x|`.
  - Altre: `sqrt`, si scrive `sqrt(x)` per $\sqrt{x}$ (o si usa la notazione esponenziale: `x^(1/2)`).

Quando la risposta viene immessa il programma fa un qualche controllo per determinare se è un'espressione matematica corretta: per esempio, se si scrive `san(x)`, la funzione '`san`' non sarà riconosciuta come un'espressione valida e ci sarà un messaggio di errore e la risposta non è considerata errata. C'è anche un controllo sulle parentesi: `((x^4+1) + sin(x)^2` sarà indicato come errore di sintassi.

Importante: Nella risposta bisogna sempre usare la variabile indipendente data nel testo dell'esercizio: se il testo usa x, si usa `x`; se l'enunciato del problema usa t, si usa `t` nella risposta. Immettere una funzione di t quando il programma si aspetta una funzione di x, avrà certamente come risultato "risposta sbagliata".

Importante: Dopo aver dato la risposta premere il tasto invio o cliccare col mouse su un'area vuota della pagina.
Simboli: Nelle correzioni il simbolo ✔ indica che lo studente ha dato la risposta corretta; un ✘, indica una risposta errata, in questo caso, la risposta corretta è indicata con ●.

Se il quiz ha una soluzione, la casella della risposta esatta ha un riquadro verde: cliccando e premendo Shift sulla casella si va alla pagina della soluzione.

Nel caso di risposta scritta, la risposta esatta appare in un riquadro in fondo all'esercizio.

Quiz n. 1

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".
Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Risolvere i seguenti esercizi:

1. Sia

$$f(x) = \frac{3x^3 + 2x^2\sqrt{x} - 3x\sqrt{x} + 5x + 4}{x\sqrt{x}}$$

Allora $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- [ ] $\dfrac{6}{5}\sqrt{x^5} + x^2 - 3x + 10\sqrt{x} - \dfrac{8}{\sqrt{x}} + c$
- [ ] $\dfrac{6}{5}\sqrt{x^5} + x^2 - 3x + 10\sqrt{x} - \dfrac{8}{\sqrt{x}}$
- [ ] $\dfrac{6}{5}\sqrt{x^5} + x^2 + 3x + 10\sqrt{x} + \dfrac{8}{\sqrt{x}} + c$
- [ ] $\dfrac{6}{5}\sqrt{x^5} + x^2 + 3x + 10\sqrt{x} + \dfrac{8}{\sqrt{x}}$

2. Sia

$$f(x) = \left(\frac{3}{\sqrt{x^5}} - \sqrt{x}\right)^2$$

Allora $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- [ ] $\dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{6}{x}$
- [ ] $\dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{6}{x} + c$
- [ ] $\dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{6}{x} - \dfrac{9}{4x^4}$
- [ ] $\dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{6}{x} - \dfrac{9}{4x^4} + c$

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

3. Sia

$$f(x) = \left(\sqrt[3]{x} - \frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^3$$

Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $12\ln|x| + \frac{1}{2}x^2 - 6x + \frac{8}{x}$
- ☐ $12\ln|x| + \frac{1}{2}x^2 - 6x + \frac{8}{x} + c$
- ☐ $12\ln|x| + \frac{1}{2}x^2$
- ☐ $12\ln|x| + \frac{1}{2}x^2 + c$

4. Sia

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^{2x} - 3\mathrm{e}^x + 1}{2\mathrm{e}^x}$$

Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $\frac{1}{2}\mathrm{e}^x - \frac{1}{2\mathrm{e}^x} + \frac{3}{2}x + c$
- ☐ $\frac{1}{2}\mathrm{e}^x - \frac{1}{2\mathrm{e}^x} + \frac{3}{2}x$
- ☐ $\frac{1}{2}\mathrm{e}^x - \frac{1}{2\mathrm{e}^x} - \frac{3}{2}x + c$
- ☐ $\frac{1}{2}\mathrm{e}^x - \frac{1}{2\mathrm{e}^x} - \frac{3}{2}x$

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Quiz n. 2

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Risolvere i seguenti esercizi:

1. Sia

$$f(x) = \frac{1}{x \ln^3 x}$$

Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $-\dfrac{1}{2\ln^2 x} + c$
- ☐ $-\dfrac{1}{2\ln^2 x}$
- ☐ $\dfrac{1}{2\ln^2 x} + c$
- ☐ $\dfrac{1}{2\ln^2 x}$

2. Sia

$$f(x) = \frac{x^3}{(2+3x^4)^2}$$

Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $\dfrac{1}{3x^4+2} + c$
- ☐ $\dfrac{1}{3x^4+2}$
- ☐ $-\dfrac{1}{12(3x^4+2)} + c$
- ☐ $-\dfrac{1}{12(3x^4+2)}$

3. Sia

$$f(x) = x^5 \mathrm{e}^{-x^6}$$

Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $\frac{1}{6}\mathrm{e}^{x^6}$
- ☐ $\frac{1}{6}\mathrm{e}^{x^6} + c$
- ☐ $-\frac{1}{6}\mathrm{e}^{x^6}$
- ☐ $-\frac{1}{6}\mathrm{e}^{x^6} + c$

4. Sia

$$f(x) = \frac{1}{x\ln(x^5)}$$

Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $\ln|\ln(x^5)| + c$
- ☐ $\ln|\ln(x^5)|$
- ☐ $\frac{1}{5}\ln|\ln x| + c$
- ☐ $\frac{1}{5}\ln|\ln x|$

5. Sia

$$f(x) = \frac{1}{x}\cos(\ln x)$$

Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $\operatorname{sen}(\ln x) + c$
- ☐ $\operatorname{sen}(\ln x)$
- ☐ $-\operatorname{sen}(\ln x) + c$
- ☐ $-\operatorname{sen}(\ln x)$

Fine Quiz

Punteggio: | Correggere

Quiz n. 3

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Risolvere i seguenti esercizi:

1. Sia

$$f(x) = \frac{x}{2-\sqrt{x}}$$

Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $-\frac{2}{3}\sqrt{x^3} - 2x - 8\sqrt{x} - 16\ln|\sqrt{x}-2|$
- ☐ $-\frac{2}{3}\sqrt{x^3} - 2x - 8\sqrt{x} - 16\ln|\sqrt{x}-2| + c$
- ☐ $\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + 2x + 8\sqrt{x} + 16\ln|\sqrt{x}-2|$
- ☐ $\frac{2}{3}\sqrt{x^3} + 2x + 8\sqrt{x} + 16\ln|\sqrt{x}-2| + c$

2. Sia

$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^x}{4+\mathrm{e}^{2x}}$$

Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{\mathrm{e}^x}{2}\right) + c$
- ☐ $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\frac{\mathrm{e}^x}{2}\right)$
- ☐ $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}(\mathrm{e}^x) + c$
- ☐ $\frac{1}{2}\operatorname{arctg}(\mathrm{e}^x)$

3. Sia

$$f(x) = \sqrt{1-\sqrt{x}}$$

Allora $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

☐ $\sqrt{1-\sqrt{x}}\left[\frac{1}{5}x - \frac{1}{15}\sqrt{x} - \frac{2}{15}\right]$

☐ $\sqrt{1-\sqrt{x}}\left[\frac{1}{5}x - \frac{1}{15}\sqrt{x} - \frac{2}{15}\right] + c$

☐ $4\sqrt{1-\sqrt{x}}\left[\frac{1}{5}x - \frac{1}{15}\sqrt{x} - \frac{2}{15}\right]$

☐ $4\sqrt{1-\sqrt{x}}\left[\frac{1}{5}x - \frac{1}{15}\sqrt{x} - \frac{2}{15}\right] + c$

4. Sia

$$f(x) = x\sqrt{1-x}$$

Allora $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

☐ $\frac{2}{5}\sqrt{(1+x)^5} - \frac{2}{3}\sqrt{(1+x)^3}$

☐ $\frac{2}{5}\sqrt{(1+x)^5} - \frac{2}{3}\sqrt{(1+x)^3} + c$

☐ $\frac{2}{5}\sqrt{(1+x)^5} + \frac{2}{3}\sqrt{(1+x)^3}$

☐ $\frac{2}{5}\sqrt{(1+x)^5} + \frac{2}{3}\sqrt{(1+x)^3} + c$

5. Sia

$$f(x) = \frac{\sqrt{x+8}}{x+9}$$

Allora $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

☐ $2\sqrt{x+8} + 2\operatorname{arctg}\sqrt{x+8} + c$

☐ $2\sqrt{x+8} + 2\operatorname{arctg}\sqrt{x+8}$

☐ $2\sqrt{x+8} - 2\operatorname{arctg}\sqrt{x+8} + c$

☐ $2\sqrt{x+8} - 2\operatorname{arctg}\sqrt{x+8}$

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Quiz n. 4

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Risolvere i seguenti esercizi:

1. Sia

$$f(x) = x^2 \operatorname{sen} x$$

Allora $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $-x^2\cos x + 2x\operatorname{sen} x + 2\cos x + c$
- ☐ $-x^2\cos x + 2x\operatorname{sen} x + 2\cos x$
- ☐ $-x^2\cos x + 2x\operatorname{sen} x + c$
- ☐ $-x^2\cos x + 2x\operatorname{sen} x$

2. Sia

$$f(x) = (2 - x^2)\mathrm{e}^x$$

Allora $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $2x\mathrm{e}^x - x^2\mathrm{e}^x$
- ☐ $2x\mathrm{e}^x - x^2\mathrm{e}^x + c$
- ☐ $2x\mathrm{e}^x + x^2\mathrm{e}^x$
- ☐ $2x\mathrm{e}^x + x^2\mathrm{e}^x + c$

3. Sia

$$f(x) = \frac{\ln x}{x^4}$$

Allora $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $-\dfrac{\ln x}{3x^3} - \dfrac{1}{9x^3} + c$
- ☐ $-\dfrac{\ln x}{3x^3} - \dfrac{1}{9x^3}$
- ☐ $\dfrac{\ln x}{3x^3} - \dfrac{1}{9x^3} + c$
- ☐ $\dfrac{\ln x}{3x^3} - \dfrac{1}{9x^3}$

4. Sia

$$f(x) = xe^{-3x}$$

Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $e^{-3x} \cdot \frac{3x+1}{9} + c$
- ☐ $e^{-3x} \cdot \frac{3x+1}{9}$
- ☐ $-e^{-3x} \cdot \frac{3x+1}{9} + c$
- ☐ $-e^{-3x} \cdot \frac{3x+1}{9}$

5. Sia

$$f(x) = x\ln(2x+1)$$

Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $\frac{1}{2}x^2\ln(2x+1) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}\ln(2x+1)$
- ☐ $\frac{1}{2}x^2\ln(2x+1) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{4}\ln(2x+1) + c$
- ☐ $\frac{1}{2}x^2\ln(2x+1) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8}\ln(2x+1)$
- ☐ $\frac{1}{2}x^2\ln(2x+1) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8}\ln(2x+1) + c$

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Quiz n. 5

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".
Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Risolvere i seguenti esercizi:

1. Sia
$$f(x) = \frac{3x-1}{x^2+2x-15}$$

Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $\ln\left[|x-3|\cdot|x+5|\right]+c$
- ☐ $\ln\left[|x-3|\cdot|x+5|\right]$
- ☐ $\ln\left[|x-3|\cdot(x+5)^2\right]+c$
- ☐ $\ln\left[|x-3|\cdot(x+5)^2\right]$

2. Sia
$$f(x) = \frac{x^2-2x+3}{x^3+3x^2-24x+28}$$

Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $\frac{22}{27}\ln|x+7| + \frac{5}{27}\ln|x-2| - \frac{1}{3(x-2)}$
- ☐ $\frac{22}{27}\ln|x+7| + \frac{5}{27}\ln|x-2| - \frac{1}{3(x-2)} + c$
- ☐ $\frac{22}{27}\ln|x+7| + \frac{5}{27}\ln|x-2| + \frac{1}{3(x-2)} + c$
- ☐ $\frac{22}{27}\ln|x+7| + \frac{5}{27}\ln|x-2| + \frac{1}{3(x-2)}$

3. Sia

$$f(x) = \frac{x^4 - 7x^3 + 2x - 1}{x + 1}$$

Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $5\ln|x+1| + \frac{1}{4}x^4 - \frac{8}{3}x^3 + 4x^2 - 6x$
- ☐ $5\ln|x+1| + \frac{1}{4}x^4 - \frac{8}{3}x^3 + 4x^2 - 6x + c$
- ☐ $5\ln|x+1| + \frac{1}{4}x^4 + \frac{8}{3}x^3 + 4x^2 + 6x$
- ☐ $5\ln|x+1| + \frac{1}{4}x^4 + \frac{8}{3}x^3 + 4x^2 + 6x + c$

4. Sia

$$f(x) = \frac{x^4 + 3x^3 - x - 5}{x^2 - 7x + 10}$$

Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- ☐ $330\ln|x-5| + 11\ln|x-2| + \frac{1}{3}x^3 + 5x^2 + 60x + c$
- ☐ $330\ln|x-5| + 11\ln|x-2| + \frac{1}{3}x^3 + 5x^2 + 60x$
- ☐ $330\ln|x-5| - 11\ln|x-2| + \frac{1}{3}x^3 + 5x^2 + 60x + c$
- ☐ $330\ln|x-5| - 11\ln|x-2| + \frac{1}{3}x^3 + 5x^2 + 60x$

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Quiz n. 6

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Risolvere i seguenti esercizi:

1. Sia
$$f(x) = \ln(x^2 + 3x)$$
Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- [ ] $x \ln\left(x^2 + 3x\right) - 3\ln(x+3) + 2x$
- [ ] $x \ln\left(x^2 + 3x\right) - 3\ln(x+3) + 2x + c$
- [ ] $x \ln\left(x^2 + 3x\right) + 3\ln(x+3) - 2x$
- [ ] $x \ln\left(x^2 + 3x\right) + 3\ln(x+3) - 2x + c$

2. Sia
$$f(x) = \frac{\mathrm{e}^x - 3}{\mathrm{e}^x + 1}$$
Allora $\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

- [ ] $4\ln(\mathrm{e}^x + 1) - 3x + c$
- [ ] $4\ln(\mathrm{e}^x + 1) - 3x$
- [ ] $4\ln(\mathrm{e}^x + 1) + 3x + c$
- [ ] $4\ln(\mathrm{e}^x + 1) + 3x$

3. Sia

$$f(x) = \operatorname{sen}\left(\sqrt{x+1}\right)$$

Allora $\displaystyle\int f(x)\,\mathrm{d}x =$

☐ $2\operatorname{sen}\left(\sqrt{x+1}\right) + 2\sqrt{x+1}\cos\left(\sqrt{x+1}\right) + c$ ☐ $2\operatorname{sen}\left(\sqrt{x+1}\right) + 2\sqrt{x+1}\cos\left(\sqrt{x+1}\right)$

☐ $2\operatorname{sen}\left(\sqrt{x+1}\right) - 2\sqrt{x+1}\cos\left(\sqrt{x+1}\right) + c$ ☐ $2\operatorname{sen}\left(\sqrt{x+1}\right) - 2\sqrt{x+1}\cos\left(\sqrt{x+1}\right)$

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Soluzioni dei Quiz

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 1:
Si ha:

$$\begin{aligned}\int \frac{3x^3+2x^2\sqrt{x}-3x\sqrt{x}+5x+4}{x\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x &= \int 3x\sqrt{x}\,\mathrm{d}x+\int 2x\,\mathrm{d}x-\int 3\,\mathrm{d}x+\int \frac{5}{\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x+\int \frac{4}{\sqrt{x^3}}\,\mathrm{d}x\\ &= 3\int x^{3/2}\,\mathrm{d}x+2\int x\,\mathrm{d}x-\int 3\,\mathrm{d}x+5\int x^{-1/2}\,\mathrm{d}x+4\int x^{-3/2}\,\mathrm{d}x\\ &= \frac{6}{5}x^2\sqrt{x}+x^2-3x+10\sqrt{x}-\frac{8}{\sqrt{x}}+c\end{aligned}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 1:

Si ha:

$$\begin{aligned}\int \left(\frac{3}{\sqrt{x^5}} - \sqrt{x}\right)^2 \mathrm{d}x &= \int \left(\frac{9}{x^5} + x - \frac{6}{x^2}\right) \mathrm{d}x \\ &= -\frac{9}{4x^4} + \frac{1}{2}x^2 + \frac{6}{x} + c\end{aligned}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 1:

Si ha:

$$\begin{aligned}\int\left(\sqrt[3]{x}-\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^3 \mathrm{d}x &= \int\left(x-6+\frac{12}{x}-\frac{8}{x^2}\right) \mathrm{d}x\\ &= \frac{1}{2}x^2-6x+12\ln|x|+\frac{8}{x}+c\end{aligned}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 1:

Si ha:

$$\int \frac{\mathrm{e}^{2x} - 3\mathrm{e}^{x} + 1}{2\mathrm{e}^{x}}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int (\mathrm{e}^{x} - 3 + \mathrm{e}^{-x})\,\mathrm{d}x$$
$$= \frac{1}{2}\mathrm{e}^{x} - \frac{3}{2}x - \frac{1}{2}\mathrm{e}^{-x} + c$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 2:

L'integrale è del tipo:

$$\int f(x) \cdot f^n(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n+1} f^{n+1}(x) + c$$

Nel nostro caso, avremo:

$$\int \frac{1}{x \ln^3 x}\,\mathrm{d}x = \int \frac{1}{x} \cdot \ln^{-3} x\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{2} \ln^{-2} x + c = -\frac{1}{2 \ln^2 x} + c$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 2:

L'integrale è del tipo:

$$\int f'(x) \cdot f^n(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{n+1} f^{n+1}(x) + c$$

Nel nostro caso, avremo:

$$\int \frac{x^3}{(2+3x^4)^2}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{12}\int 12x^3(2+3x^4)^{-2}\,\mathrm{d}x = -\frac{1}{12}(2+3x^4)^{-1} + c = -\frac{1}{12(2+3x^4)} + c$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 2:

L'integrale è del tipo:

$$\int f'(x) \cdot \mathrm{e}^{f(x)} \, \mathrm{d}x = \mathrm{e}^{f(x)} + c$$

Nel nostro caso, avremo:

$$\int x^5 \mathrm{e}^{-x^6} \, \mathrm{d}x = -\frac{1}{6} \int -6x^5 \mathrm{e}^{x^6} \, \mathrm{d}x = -\frac{1}{6} \mathrm{e}^{-x^6} + c$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 2:

L'integrale è del tipo:

$$\int \frac{f'(x)}{f(x)}\,\mathrm{d}x = \ln|f(x)| + c$$

Nel nostro caso, avremo:

$$\int \frac{1}{x\ln(x^5)}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{5}\int \frac{1}{x\ln x}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{5}\ln|\ln x| + c$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 5 del quiz n. 2:

L'integrale è del tipo:

$$\int f'(x)\cos(f(x))\,\mathrm{d}x = \operatorname{sen}(f(x)) + c$$

Nel nostro caso, avremo:

$$\int \frac{1}{x}\cos(\ln x)\,\mathrm{d}x = \operatorname{sen}(\ln x) + c$$

Fine Quiz

Indietro
Pieno Schermo
Chiudere
Uscire

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 3:
Usiamo il metodo di sostituzione. Poniamo:

$$\sqrt{x} = t \Rightarrow x = t^2 \Rightarrow \mathrm{d}x = 2t\,\mathrm{d}t$$

Quindi:

$$\begin{aligned}
\int \frac{x}{2-\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x &= \int \frac{t^2}{2-t}\cdot 2t\,\mathrm{d}t \\
&= -2\int \frac{t^3}{t-2}\,\mathrm{d}t \\
&= -2\int \frac{t^3-8+8}{t-2}\,\mathrm{d}t \\
&= -2\int \left(t^2+2t+4+\frac{8}{t-2}\right)\mathrm{d}t \\
&= -\frac{2}{3}t^3 - 2t^2 - 8t - 16\ln|t-2| + c \\
&= -\frac{2}{3}\sqrt{x^3} - 2x - 8\sqrt{x} - 16\ln|\sqrt{x}-2| + c
\end{aligned}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 3:
Usiamo il metodo di sostituzione. Poniamo:

$$e^x = t \Rightarrow \, dt = e^x \, dx$$

Quindi:

$$\begin{aligned}\int \frac{e^x}{4+e^{2x}} \, dx &= \int \frac{1}{4+t^2} \, dt \\ &= \frac{1}{2} \int \frac{\frac{1}{2}}{1+\left(\frac{t}{2}\right)^2} \, dt \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{t}{2}\right) + c \\ &= \frac{1}{2} \operatorname{arctg}\left(\frac{e^x}{2}\right) + c\end{aligned}$$

Fine Quiz

Indietro
Pieno Schermo
Chiudere
Uscire

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 3:
Usiamo il metodo di sostituzione. Poniamo:

$$1-\sqrt{x}=t \Rightarrow x=(1-t)^2 \Rightarrow \mathrm{d}x=2(t-1)\,\mathrm{d}t$$

Quindi:

$$\begin{aligned}
\int \sqrt{1-\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x &= 2\int \sqrt{t}(t-1)\,\mathrm{d}t \\
&= 2\int (t^{3/2}-t^{1/2})\,\mathrm{d}t \\
&= 2\left(\frac{2}{5}t^{5/2}-\frac{2}{3}t^{3/2}\right)+c \\
&= \frac{4}{5}(1-\sqrt{x})^2\sqrt{1-\sqrt{x}}-\frac{4}{3}(1-\sqrt{x})\sqrt{1-\sqrt{x}}+c \\
&= 4\sqrt{1-\sqrt{x}}\left[\frac{1}{5}x-\frac{1}{15}\sqrt{x}-\frac{2}{15}\right]+c
\end{aligned}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 3:
Usiamo il metodo di sostituzione. Poniamo:

$$\sqrt{1-x} = t \Rightarrow x = 1 - t^2 \Rightarrow \mathrm{d}x = -2t\,\mathrm{d}t$$

Quindi:

$$\begin{aligned}\int x\sqrt{1-x}\,\mathrm{d}x &= 2\int (t^4 - t^2)\,\mathrm{d}t \\ &= \frac{2}{5}t^5 - \frac{2}{3}t^3 + c \\ &= \frac{2}{5}(1-x)^2\sqrt{1-x} - \frac{2}{3}(1-x)\sqrt{1-x} + c\end{aligned}$$

Fine Quiz

Indietro
Pieno Schermo
Chiudere
Uscire

Soluzione della domanda 5 del quiz n. 3:
Usiamo il metodo di sostituzione. Poniamo:

$$\sqrt{x+8} = t \Rightarrow x = t^2 - 8 \Rightarrow \, \mathrm{d}x = 2t \, \mathrm{d}t$$

Quindi:

$$\begin{aligned}
\int \frac{\sqrt{x+8}}{x+9} \, \mathrm{d}x &= 2 \int \frac{t^2}{t^2+1} \, \mathrm{d}t \\
&= 2 \int \frac{t^2+1-1}{t^2+1} \, \mathrm{d}t \\
&= 2 \int \left(1 - \frac{1}{t^2+1} \right) \, \mathrm{d}t \\
&= 2t - 2 \operatorname{arctg} t + c \\
&= 2\sqrt{x+8} - 2 \operatorname{arctg} \sqrt{x+8} + c
\end{aligned}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 4:
Usiamo il metodo di integrazione per parti:

$$\begin{aligned}\int x^2 \operatorname{sen} x \, \mathrm{d}x &= -x^2 \cos x + 2 \int x \cos x \, \mathrm{d}x \\ &= -x^2 \cos x + 2 \left[x \operatorname{sen} x - \int \operatorname{sen} x \, \mathrm{d}x \right] \\ &= -x^2 \cos x + 2x \operatorname{sen} x + 2 \cos x + c\end{aligned}$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 4:
Usiamo il metodo di integrazione per parti:

$$\begin{aligned}\int (2-x^2)\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x &= 2\mathrm{e}^x - \int x^2\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x\\ &= 2\mathrm{e}^x - x^2\mathrm{e}^x + 2\int x\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x\\ &= 2\mathrm{e}^x - x^2\mathrm{e}^x + 2x\mathrm{e}^x - 2\mathrm{e}^x + c\\ &= 2x\mathrm{e}^x - x^2\mathrm{e}^x + c\end{aligned}$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 4:

Usiamo il metodo di integrazione per parti:

$$\begin{aligned}\int \frac{\ln x}{x^4}\,\mathrm{d}x &= \int x^{-4}\ln x\,\mathrm{d}x\\ &= -\frac{1}{3x^3}\ln x + \frac{1}{3}\int x^{-4}\,\mathrm{d}x\\ &= -\frac{1}{3x^3}\ln x - \frac{1}{9x^3} + c\end{aligned}$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 4:

Usiamo il metodo di integrazione per parti:

$$\begin{aligned}\int x\mathrm{e}^{-3x}\,\mathrm{d}x &= -\frac{1}{3}x\mathrm{e}^{-3x} + \frac{1}{3}\int \mathrm{e}^{-3x}\,\mathrm{d}x \\ &= -\frac{1}{3}x\mathrm{e}^{-3x} - \frac{1}{9}\mathrm{e}^{-3x} + c\end{aligned}$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 5 del quiz n. 4:

Usiamo il metodo di integrazione per parti:

$$\begin{aligned}\int x\ln(2x+1)\,\mathrm{d}x &= \frac{1}{2}x^2\ln(2x+1) - \int \frac{x^2}{2x+1}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}x^2\ln(2x+1) - \frac{1}{4}\int \frac{4x^2-1+1}{2x+1}\,\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}x^2\ln(2x+1) - \frac{1}{4}\int \left(2x-1+\frac{1}{2x+1}\right)\mathrm{d}x \\ &= \frac{1}{2}x^2\ln(2x+1) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8}\ln(2x+1) + c\end{aligned}$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 5:
Usiamo il metodo di integrazione delle funzioni razionali fratte:

$$\begin{aligned}\int \frac{3x-1}{x^2+2x-15}\,\mathrm{d}x &= \int \left(\frac{1}{x-3}+\frac{2}{x+5}\right)\mathrm{d}x\\ &= \ln\left[|x-3|(x+5)^2\right]\end{aligned}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 5:

Usiamo il metodo di integrazione delle funzioni razionali fratte:

$$\int \frac{x^2-2x+3}{x^3+3x^2-24x+28}\,\mathrm{d}x = \int \left(\frac{22}{27(x+7} + \frac{1}{3(x-2)^2} + \frac{5}{27(x-2)}\right)\mathrm{d}x$$
$$= \frac{22}{27}\ln|x+7| + \frac{5}{27}\ln|x-2| - \frac{1}{3(x-2)}$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 5:

$$\begin{aligned}\int \frac{x^4-7x^3+2x-1}{x+1}\,\mathrm{d}x &= \int \left(x^3-8x^2+8x-6+\frac{5}{x+1}\right)\,\mathrm{d}x\\ &= 5\ln|x+1|+\frac{1}{4}x^4-\frac{8}{3}x^3+4x^2-6x+c\end{aligned}$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 5:

$$\int \frac{x^4+3x^3-x-5}{x^2-7x+10}\,\mathrm{d}x = \int \left(x^2+10x+60+\frac{330}{x-5}-\frac{11}{x-2}\right)$$
$$= 330\ln|x-5| - 11\ln|x-2| + \frac{1}{3}x^3 + 5x^2 + 60x + c$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 6:

Si ha:

$$\begin{aligned}
\int \ln(x^2+3x)\,\mathrm{d}x &= x\ln(x^2+3x) - \int \frac{2x^2}{x^2+3x}\,\mathrm{d}x \\
&= x\ln(x^2+3x) - \int \frac{2x^2+3x+3x-3x}{x^2+3x}\,\mathrm{d}x \\
&= x\ln(x^2+3x) - \int \left(2 - \frac{3x}{x^2+3x}\right)\mathrm{d}x \\
&= x\ln(x^2+3x) - 2x + \int \frac{3}{x+3}\,\mathrm{d}x \\
&= x\ln(x^2+3x) - 2x + 3\ln|x+3| + c
\end{aligned}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 6:

Usiamo il metodo di sostituzione. Poniamo:

$$e^x + 1 = t \Rightarrow x = \ln(t-1) \Rightarrow \, dx = \frac{1}{t-1}\, dt$$

Quindi, si ha:

$$\int \frac{e^x - 3}{e^x + 1}\, dx = \int \frac{t-4}{t(t-1)}\, dt$$

Applichiamo ora il metodo di integrazione delle funzioni razionali fratte, ottenendo:

$$\int \frac{t-4}{t(t-1)}\, dt = \int \frac{4}{t}\, dt - 3 \int \frac{1}{t-1}\, dt = 4 \ln t - 3 \ln |t-1| + c$$

Ritorniamo ora alla variabile x:

$$\int \frac{e^x - 3}{e^x + 1}\, dx = 4 \ln(e^x + 1) - 3x + c$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 6:

Usiamo il metodo di sostituzione. Poniamo:

$$\sqrt{x+1} = t \Rightarrow x = t^2 - 1 \Rightarrow \mathrm{d}x = 2t\,\mathrm{d}t$$

Quindi, si ha:

$$\int \operatorname{sen}\left(\sqrt{x+1}\right)\,\mathrm{d}x = \int 2t \operatorname{sen} t\,\mathrm{d}t$$

Applichiamo ora il metodo di integrazione per parti, ottenendo:

$$2\int t \operatorname{sen} t\,\mathrm{d}t = 2\left[-t\cos t + \int \cos t\,\mathrm{d}t\right] = 2\left[-t\cos t + \operatorname{sen} t\right] + c$$

Ritorniamo ora alla variabile x:

$$\int \operatorname{sen}\left(\sqrt{x+1}\right)\,\mathrm{d}x = 2\left[-\sqrt{x+1}\cos\sqrt{x+1} + \operatorname{sen}\sqrt{x+1}\right] + c$$

Fine Quiz