Esercizi interattivi di Matematica Generale. Studio di funzione

Francesco Brega – Grazia Messineo

Istruzioni

Per iniziare i quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Dove viene richiesta una risposta scritta usare le seguenti regole:

- Usare `*` per indicare la moltiplicazione: scrivere 4*x per $4x$;
- Usare `^` per indicare le potenze: scrivere `4*x^3` per $4x^3$; `12*x^-6` per $12x^{-6}$;
- Usare parentesi per delimitare l'argomento di una funzione; cioè scrivere `cos(x)` e non `cos x`;
- Usare parentesi per indicare il *risultato* di un'operazione: scrivere `4*x*(x^2+1)^3` per $4x(x^2+1)^3$; `4^(2*x+1)` per 4^{2x+1}; `(cos(x))^2` per $(\cos(x))^2$. *Non* scrivere `cos^2(x)` per $\cos^2(x)$, scrivere `(cos(x))^2`!
- Si possono usare parentesi quadre `[ ]` o graffe `{ }`, per delimitare un'espressione matematica.
- Funzioni che possono essere usate:
  - Trigonometriche: `sin` (seno), `cos` (coseno), `tan` (tangente), `cot` (cotangente), `sec` (secante), `csc` (cosecante);
  - Trigonometriche Inverse: `asin` (arcoseno), `acos` (arcocoseno), `atan` (arcotangente);
  - Logaritmiche: `ln` (logaritmo naturale), o `log`;
  - Esponenziale: la funzione esponenziale e^x, può essere immessa come `exp(x)` o come `e^x`.
  - Il valore assoluto, `abs(·)` può anche essere scritto nel modo solito `|·|`; cioè si può scrivere `abs(x)` o `|x|`.
  - Altre: `sqrt`, si scrive `sqrt(x)` per $\sqrt{x}$ (o si usa la notazione esponenziale: `x^(1/2)`).

Quando la risposta viene immessa il programma fa un qualche controllo per determinare se è un'espressione matematica corretta: per esempio, se si scrive `san(x)`, la funzione '`san`' non sarà riconosciuta come un'espressione valida e ci sarà un messaggio di errore e la risposta non è considerata errata. C'è anche un controllo sulle parentesi: `((x^4+1) + sin(x)^2` sarà indicato come errore di sintassi.

Importante: Nella risposta bisogna sempre usare la variabile indipendente data nel testo dell'esercizio: se il testo usa x, si usa `x`; se l'enunciato del problema usa t, si usa `t` nella risposta. Immettere una funzione di t quando il programma si aspetta una funzione di x, avrà certamente come risultato "risposta sbagliata".

Importante: Dopo aver dato la risposta premere il tasto invio o cliccare col mouse su un'area vuota della pagina.

Simboli: Nelle correzioni il simbolo ✔ indica che lo studente ha dato la risposta corretta; un ✘, indica una risposta errata, in questo caso, la risposta corretta è indicata con ●.

Se il quiz ha una soluzione, la casella della risposta esatta ha un riquadro verde: cliccando e premendo Shift sulla casella si va alla pagina della soluzione.

Nel caso di risposta scritta, la risposta esatta appare in un riquadro in fondo all'esercizio.

Quiz n. 1

Per iniziare il quiz cliccare “Inizio Test”, quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su “Fine Test”.

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su “Fine Test”) modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Si consideri la funzione

$$y = \frac{3}{x^2} + \frac{2}{x} - 1$$

1. L’insieme di esistenza della funzione è:

- ☐ $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- ☐ $(-\infty; 0)$
- ☐ $(0; +\infty)$
- ☐ $(-\infty; +\infty)$

2. La funzione è positiva in:

- ☐ $(-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$
- ☐ Tutto il suo insieme di esistenza
- ☐ $(-1, 0) \cup (0, 3)$
- ☐ La funzione è sempre negativa.

3. La funzione è dispari:

- ☐ Vero
- ☐ Falso

4. I limiti della funzione agli estremi del dominio sono:

- ☐ $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 1;\ \lim_{x\to 0^\pm} f(x) = +\infty$
- ☐ $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = -1;\ \lim_{x\to 0^\pm} f(x) = +\infty$
- ☐ $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = -1$
- ☐ $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty;\ \lim_{x\to 0^\pm} f(x) = \pm\infty$

5. Gli asintoti della funzione sono:

☐ $x = 0$ (asintoto verticale)

☐ La funzione non ammette asintoti

☐ $x = 0$ (asintoto verticale); $y = -1$ (asintoto orizzontale)

☐ $y = -1$ (asintoto orizzontale)

6. La derivata prima della funzione è:

☐ $f'(x) = \dfrac{x^2 + x + 6}{x^3}$ ☐ $f'(x) = \dfrac{-x^2 - x - 6}{x^3}$

☐ $f'(x) = \dfrac{2(x + 3)}{x^3}$ ☐ $f'(x) = -\dfrac{2(x + 3)}{x^3}$

7. La funzione è crescente:

☐ in $(-\infty; -3)$ e in $(0; +\infty)$ ☐ in $(-3; 0)$

☐ in $(0; +\infty)$ ☐ in $(-\infty; 0)$ e in $(0, +\infty)$

8. La funzione presenta in $x = -3$ un punto di massimo relativo

☐ Vero ☐ Falso

9. La derivata seconda della funzione è

☐ $f''(x) = \dfrac{2(2x + 9)}{x^4}$ ☐ $f''(x) = -\dfrac{2(2x + 9)}{x^4}$

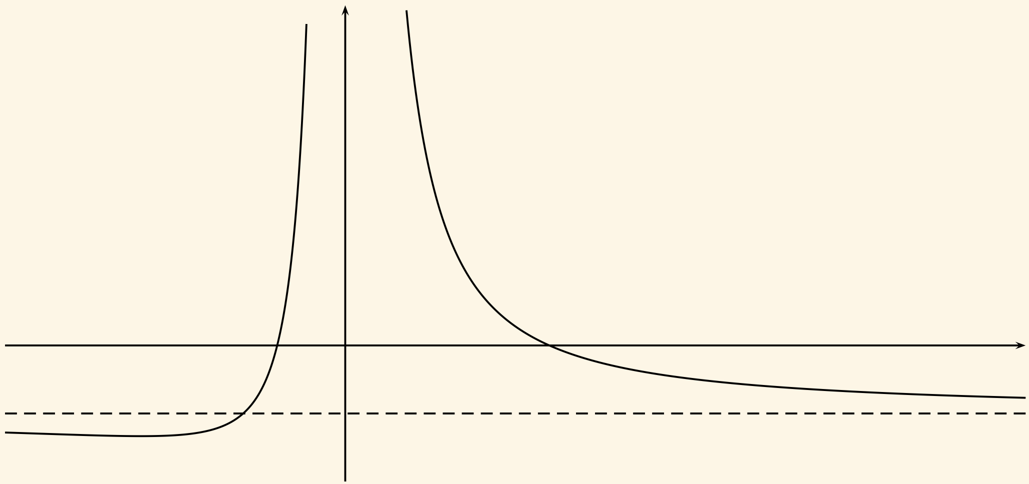
☐ $f''(x) = \dfrac{2x + 9}{x^4}$ ☐ $f''(x) = -\dfrac{2x + 9}{x^4}$

10. La funzione è convessa:

☐ in $\left(-\infty; -\frac{9}{2}\right)$ ☐ in $\left(-\frac{9}{2}; 0\right)$ e in $(0; +\infty)$

☐ in $(-\infty; +\infty)$ ☐ in $(-\infty; 0)$ e in $(0, +\infty)$

11. Il grafico seguente



rappresenta $f(x)$.

☐ Vero ☐ Falso

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Quiz n. 2

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Si consideri la funzione

$$y = \sqrt{|x^2 - 1| + 2}$$

1. L'insieme di esistenza della funzione è:

- ☐ $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
- ☐ $(-1, 1)$
- ☐ $(-2; 2)$
- ☐ $(-\infty; +\infty)$

2. La funzione è positiva in:

- ☐ $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$
- ☐ Tutto il suo insieme di esistenza
- ☐ $(-1, 1)$
- ☐ La funzione è sempre negativa.

3. La funzione è pari:

- ☐ Vero
- ☐ Falso

4. I limiti della funzione agli estremi del dominio sono:

- ☐ $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = +\infty$
- ☐ $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = \pm\infty$
- ☐ $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 0$
- ☐ $\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = -\infty$

5. Gli asintoti della funzione sono:

- ☐ $y = 0$ (asintoto orizzontale)
- ☐ La funzione non ammette asintoti
- ☐ $x = \pm 1$ (asintoti verticali)
- ☐ $y = \pm x$ (asintoti obliqui)

6. La derivata prima della funzione è:

- ☐ $f'(x) = \begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} & x \leq -1 \vee x \geq 1 \\ -\dfrac{x}{\sqrt{3-x^2}} & -1 < x < 1 \end{cases}$
- ☐ $f'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$
- ☐ $f'(x) = -\dfrac{x}{\sqrt{3-x^2}}$
- ☐ $f'(x) = \begin{cases} -\dfrac{x}{\sqrt{3-x^2}} & x \leq -1 \vee x \geq 1 \\ \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} & -1 < x < 1 \end{cases}$

7. La funzione è crescente:

- ☐ in $(-\infty; -1)$ e in $(0; 1)$
- ☐ in $(-1; 0)$ e in $(1, +\infty)$
- ☐ in $(0; +\infty)$
- ☐ in $(-\infty; +\infty)$

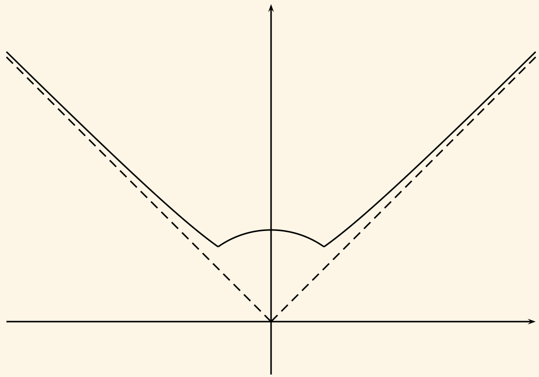
8. La funzione presenta in $x = 0$ un punto di massimo relativo

- ☐ Vero
- ☐ Falso

9. La funzione presenta in $x = \pm 1$

- ☐ due punti angolosi
- ☐ due cuspidi
- ☐ due punti di flesso a tangente verticale
- ☐ la funzione è derivabile in $x = \pm 1$

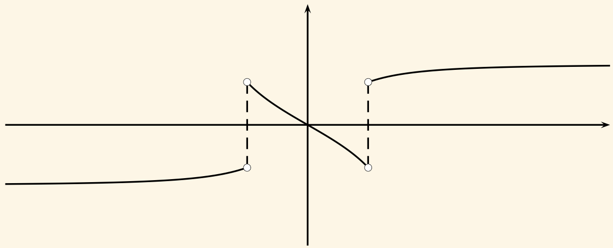
10. Il grafico seguente



rappresenta $f(x)$.

☐ Vero ☐ Falso

11. Il grafico seguente



rappresenta:

☐ $f(x)$ ☐ $f(|x|)$

☐ $f''(x)$ ☐ $f'(x)$

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Quiz n. 3

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Si consideri la funzione

$$y = x \ln(|x|)$$

1. L'insieme di esistenza della funzione è:

- ☐ $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$
- ☐ $(0, +\infty)$
- ☐ $(-\infty; 0)$
- ☐ $(-\infty; +\infty)$

2. La funzione è positiva in:

- ☐ $(-\infty; -1) \cup (0; 1)$
- ☐ Tutto il suo insieme di esistenza
- ☐ $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$
- ☐ La funzione è sempre negativa.

3. La funzione è dispari:

- ☐ Vero
- ☐ Falso

4. I limiti della funzione agli estremi del dominio sono:

- ☐ $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty;\ \lim_{x\to 0^\pm} f(x) = +\infty$
- ☐ $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty;\ \lim_{x\to 0^\pm} f(x) = \pm\infty$
- ☐ $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = 0;\ \lim_{x\to 0^\pm} f(x) = 0$
- ☐ $\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \pm\infty;\ \lim_{x\to 0^\pm} f(x) = 0$

5. Gli asintoti della funzione sono:

- ☐ $y = 0$ (asintoto orizzontale)
- ☐ La funzione non ammette asintoti
- ☐ $x = 0$ (asintoto verticale)
- ☐ $y = \pm x$ (asintoti obliqui)

6. La derivata prima della funzione è:

- [ ] $f'(x) = \begin{cases} \ln x + 1 & x > 0 \\ \ln(-x) + 1 & x < 0 \end{cases}$
- [ ] $f'(x) = \ln x + 1$
- [ ] $f'(x) = \ln(-x) + 1$
- [ ] $f'(x) = \dfrac{x}{|x|} + 1$

7. La funzione è crescente:

- [ ] in $\left(-\infty; -\frac{1}{e}\right)$ e in $\left(\frac{1}{e}; +\infty\right)$
- [ ] in $\left(-\frac{1}{e}; 0\right)$ e in $\left(0, \frac{1}{e}\right)$
- [ ] in $(0; +\infty)$
- [ ] in $(-\infty; +\infty)$

8. La funzione presenta punti di massimo e minimo relativi

- [ ] Vero
- [ ] Falso

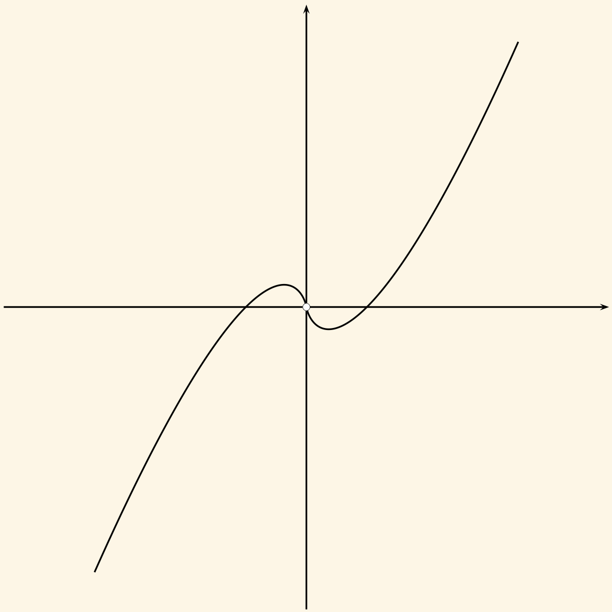
9. La derivata seconda della funzione è:

- [ ] $f''(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x} & x > 0 \\ -\dfrac{1}{x} & x < 0 \end{cases}$
- [ ] $f''(x) = \dfrac{1}{x}$
- [ ] $f''(x) = -\dfrac{1}{x}$
- [ ] $f''(x) = 1$

10. La funzione è convessa

- [ ] in $(-\infty, 0)$
- [ ] in $(-\infty, +\infty)$
- [ ] mai
- [ ] in $(0, +\infty)$

11. Il grafico seguente



rappresenta $f(x)$.

☐ Vero ☐ Falso

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Quiz n. 4

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

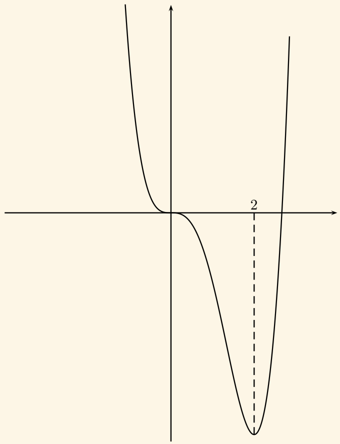
Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

1. Si consideri la funzione

$$y = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx$$

con a, b, c parametri reali.
Essa ammette il seguente grafico



per

- [ ] $a = -\frac{8}{3}$, $b = c = 0$
- [ ] $a = \frac{8}{3}$, $b = c = 0$
- [ ] $a = -8$, $b = c = 0$
- [ ] $a = 8$, $b = c = 0$

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

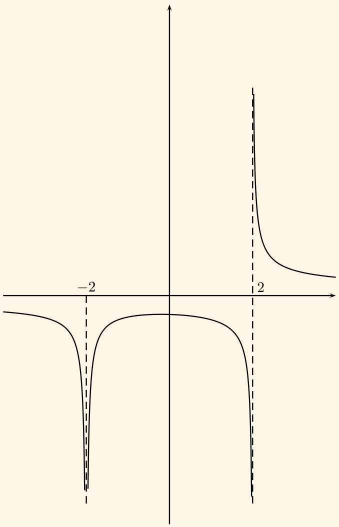
Quiz n. 5

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

1. La figura seguente



rappresenta il grafico di $f'(x)$ per la funzione:
per

- ☐ $f(x) = \sqrt[5]{(x-2)(x+2)^2}$
- ☐ $f(x) = \sqrt[5]{(x-2)^2(x+2)}$
- ☐ $f(x) = \sqrt[5]{x(x-2)^2}$
- ☐ $f(x) = \sqrt[5]{x(x+2)^2}$

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Soluzioni dei Quiz

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 1:
L'insieme di esistenza della funzione è ottenuto imponendo la condizione $x \neq 0$. Quindi il dominio risulta $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$. Fine Quiz

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 1:
Gli intervalli di positività della funzione si determinano risolvendo l'equazione $f(x) > 0$, ovvero

$$\frac{3}{x^2} + \frac{2}{x} - 1 > 0 \Rightarrow \frac{-x^2 + 2x + 3}{x^2} > 0 \Rightarrow -1 < x < 0 \vee 0 < x < 3$$

La funzione risulta quindi positiva in $(-1, 0) \cup (0, 3)$.

Fine Quiz

Indietro
Pieno Schermo
Chiudere
Uscire

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 1:

Si ha

$$f(-x) = \frac{3}{(-x)^2} + \frac{2}{-x} - 1 = \frac{3}{x^2} - \frac{2}{x} - 1$$

Poiché tale risultato è diverso sia da $f(x)$ che da $-f(x)$, la funzione non è né pari né dispari.

Fine Quiz

Indietro
Pieno Schermo
Chiudere
Uscire

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 1:
Il dominio della funzione è $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, quindi occorre calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = -1$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -1$$

$$\lim_{x \to 0^{\pm}} f(x) = +\infty$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 5 del quiz n. 1:

Poiché, come abbiamo visto prima,

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = -1$$

e

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1$$

la retta di equazione $y = -1$ è asintoto orizzontale per f.

Inoltre, poiché

$$\lim_{x\to0^\pm} f(x) = \pm\infty$$

la retta di equazione $x = 0$ è asintoto verticale per f.

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 6 del quiz n. 1:

Si ha

$$f'(x) = -\frac{6}{x^3} - \frac{2}{x^2} = -\frac{2(x+3)}{x^3}$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 7 del quiz n. 1:
Occorre in questo caso trovare le soluzioni della disequazione

$$-\frac{2(x+3)}{x^3} \Leftrightarrow 0 < x < 3$$

La derivata prima risulta positiva (e quindi la funzione crescente) nell'intervallo $(-3, 0)$.

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 8 del quiz n. 1:

$$f'(x) = 0$$

quando

$$-\frac{2(x+3)}{x^3} = 0$$

L'equazione ammette come unica soluzione $x = -3$.

Dalla discussione precedente, sappiamo che f è crescente in $(-3, 0)$ e decrescente in $(-\infty, -3)$ e in $(0, +\infty)$, quindi la funzione presenta in $x = -3$ un punto di minimo relativo. Fine Quiz

Soluzione della domanda 9 del quiz n. 1:

Si ha

$$f''(x) = \frac{18}{x^4} + \frac{4}{x^3} = \frac{2(2x+9)}{x^4}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 10 del quiz n. 1:
Occorre in questo caso trovare le soluzioni della disequazione

$$\frac{2(2x+9)}{x^4} \Leftrightarrow x > -\frac{9}{2}$$

La derivata seconda risulta positiva (e quindi la funzione convessa) in $\left(-\frac{9}{2};0\right)$ e in $(0;+\infty)$.

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 2:
L'insieme di esistenza della funzione è ottenuto imponendo la condizione $|x^2 - 1| + 2 \geq 0$. La disequazione è vera per ogni valore di x, quindi il dominio risulta $(-\infty, +\infty)$. Fine Quiz

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 2:
Gli intervalli di positività della funzione si determinano risolvendo l'equazione $f(x) > 0$, ovvero $\sqrt{|x^2-1|+2} > 0$, che è vera in tutto l'insieme di esistenza della funzione. Fine Quiz

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 2:
La funzione è simmetrica rispetto all'asse y (quindi pari) perché:

$$f(-x) = \sqrt{|(-x)^2 - 1| + 2} = \sqrt{|x^2 - 1| + 2} = f(x)$$

. Fine Quiz

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 2:
Il dominio della funzione è $(-\infty, +\infty)$, quindi occorre calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 5 del quiz n. 2:

La funzione è definita in $(-\infty, +\infty)$, quindi non ammette sicuramente asintoti verticali.

Inoltre, poiché

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$$

la funzione non ammette neppure asintoto orizzontale.

Ricerchiamo allora eventuali asintoti obliqui.

Si ha

$$\lim_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \pm 1$$

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) \mp x = 0$$

quindi la retta di equazione $y = x$ è asintoto obliquo per f per $x \to +\infty$ e la retta di equazione $y = -x$ è asintoto obliquo per f per $x \to -\infty$. Fine Quiz

Soluzione della domanda 6 del quiz n. 2:
Poiché

$$x^2 - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq -1 \vee x \geq 1$$

si ha:

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2+1} & x \leq -1 \vee x \geq 1 \\ \sqrt{3-x^2} & -1 < x < 1 \end{cases}$$

Quindi

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} & x \leq -1 \vee x \geq 1 \\ -\frac{x}{\sqrt{3-x^2}} & -1 < x < 1 \end{cases}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 7 del quiz n. 2:
Occorre in questo caso trovare le soluzioni dei sistemi di disequazioni

$$\begin{cases} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}} > 0 \\ x \leq -1 \vee x \geq 1 \end{cases} \quad \Rightarrow x > 1$$

e

$$\begin{cases} -\frac{x}{\sqrt{3-x^2}} > 0 \\ -1 < x < 1 \end{cases} \quad \Rightarrow -1 < x < 0$$

La derivata prima risulta positiva (e quindi la funzione crescente) negli intervalli $(-1, 0)$ e $(1, +\infty)$.

Fine Quiz

Indietro
Pieno Schermo
Chiudere
Uscire

Soluzione della domanda 8 del quiz n. 2:

$$f'(x) = 0$$

quando

$$-\frac{x}{\sqrt{3-x^2}} = 0$$

L'equazione ammette come unica soluzione $x = 0$.

Dalla discussione precedente, sappiamo che f è crescente in $(-1, 0)$ e decrescente in $(0, 1)$, quindi la funzione presenta in $x = 0$ un punto di massimo relativo. Fine Quiz

Soluzione della domanda 9 del quiz n. 2:

Si ha

$$\lim_{x \to -1^-} f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}; \ \lim_{x \to -1^+} f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

e

$$\lim_{x \to 1^-} f'(x) = -\frac{1}{\sqrt{2}}; \ \lim_{x \to 1^+} f'(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Quindi la funzione presenta in $x = \pm 1$ due punti angolosi. Fine Quiz

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 3:

L'insieme di esistenza della funzione è ottenuto imponendo la condizione $|x| > 0$. La disequazione è vera per ogni valore di x diverso da 0, quindi il dominio risulta $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$. Fine Quiz

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 3:
Gli intervalli di positività della funzione si determinano risolvendo l'equazione $f(x) > 0$, ovvero

$$x \ln(|x|) > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 0 \vee x > 1$$

Quindi la funzione è positiva in $(-1, 0) \cup (1, +\infty)$. Fine Quiz

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 3:
La funzione è simmetrica rispetto all'origine degli assi (quindi dispari) perché:

$$f(-x) = -x \ln(|-x|) = -x \ln(|x|) = -f(x)$$

. Fine Quiz

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 3:
Il dominio della funzione è $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$, quindi occorre calcolare i seguenti limiti

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \to 0^{\pm}} f(x) = 0$$

Fine Quiz

Indietro
Pieno Schermo
Chiudere
Uscire

Soluzione della domanda 5 del quiz n. 3:

La funzione è definita in $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$.

Poiché

$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = +\infty$$

la funzione non ammette asintoto orizzontale e poiché

$$\lim_{x \to 0^{\pm}} f(x) = 0$$

la funzione non ammette neppure asintoto verticale.

Ricerchiamo allora eventuali asintoti obliqui.

Si ha

$$\lim_{x \to \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$$

quindi la funzione non ammette neppure asintoto obliquo. Fine Quiz

Soluzione della domanda 6 del quiz n. 3:

Poiché

$$f(x) = \begin{cases} x \ln x & x > 0 \\ x \ln(-x) & x < 0 \end{cases}$$

si ha

$$f'(x) = \begin{cases} \ln x + 1 & x > 0 \\ \ln(-x) + 1 & x < 0 \end{cases}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 7 del quiz n. 3:
Occorre in questo caso trovare le soluzioni dei sistemi di disequazioni

$$\begin{cases} \ln x + 1 > 0 \\ x > 0 \end{cases} \quad \Rightarrow x > \frac{1}{\mathrm{e}}$$

e

$$\begin{cases} \ln(-x) + 1 > 0 \\ x < 0 \end{cases} \quad \Rightarrow x < -\frac{1}{\mathrm{e}}$$

La derivata prima risulta positiva (e quindi la funzione crescente) negli intervalli $\left(-\infty; -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$ e $\left(\frac{1}{\mathrm{e}}; +\infty\right)$.

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 8 del quiz n. 3:

$$f'(x) = 0$$

quando

$$\ln x + 1 = 0$$

oppure quando

$$\ln(-x) + 1$$

La prima equazione ammette come unica soluzione $x = \frac{1}{\mathrm{e}}$, la seconda $x = -\frac{1}{\mathrm{e}}$.

Dalla discussione precedente, sappiamo che f è crescente in $\left(-\infty; -\frac{1}{\mathrm{e}}\right)$ e in $\left(\frac{1}{\mathrm{e}}; +\infty\right)$, mentre è decrescente in $\left(-\frac{1}{\mathrm{e}}, 0\right)$ e in $\left(0, \frac{1}{\mathrm{e}}\right)$, quindi la funzione presenta in $x = -\frac{1}{\mathrm{e}}$ un punto di massimo relativo e in $x = \frac{1}{\mathrm{e}}$ un punto di minimo relativo. Fine Quiz

Soluzione della domanda 9 del quiz n. 3:

Poiché

$$f'(x) = \begin{cases} \ln x + 1 & x > 0 \\ \ln(-x) + 1 & x < 0 \end{cases}$$

si ha

$$f''(x) = \frac{1}{x}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 10 del quiz n. 3:

Poiché

$$f''(x) > 0 \Leftrightarrow x > 0$$

la funzione è convessa in $(0, +\infty)$.

Fine Quiz

Indietro
Pieno Schermo
Chiudere
Uscire

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 4:
Dalla figura, si nota che la funzione presenta in $x = 0$ un punto di flesso a tangente orizzontale e in $x = 2$ un punto di minimo.

Si ha
$$f'(x) = 4x^3 + 3ax^2 + 2bx + c$$
Poiché deve essere
$$f'(0) = 0$$
abbiamo
$$c = 0$$
e poiché
$$f'(2) = 0$$
abbiamo
$$32 + 12a + 4b = 0$$
Inoltre
$$f''(x) = 12x^2 + 6ax + 2b$$
Poiché in $x = 0$ la funzione presenta un flesso a tangente orizzontale, anche la derivata seconda deve annullarsi in tale punto. Quindi
$$2b = 0 \Rightarrow b = 0$$
Ora, dalla seconda equazione ricaviamo
$$12a + 32 = 0 \Rightarrow a = -\frac{8}{3}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 5:

La funzione

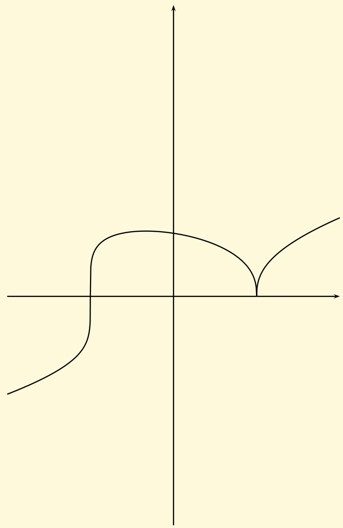
$$f(x) = \sqrt[5]{(x-2)^2(x+2)}$$

è definita in $\mathbb{R}$ e presenta in $x=-2$ un flesso a tangente orizzontale e in $x=2$ un punto di cuspide, poiché

$$\lim_{x\to -2^-} f'(x) = \lim_{x\to -2^+} f'(x) = -\infty$$

$$\lim_{x\to 2^-} f'(x) = -\infty; \ \lim_{x\to 2^+} f'(x) = +\infty$$

Il grafico della funzione f è il seguente



Fine Quiz