Esercizi interattivi di Matematica Generale.
Funzione Integrale

Francesco Brega – Grazia Messineo

Istruzioni

Per iniziare i quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Dove viene richiesta una risposta scritta usare le seguenti regole:

- Usare `*` per indicare la moltiplicazione: scrivere 4*x per $4x$;
- Usare `^` per indicare le potenze: scrivere `4*x^3` per $4x^3$; `12*x^-6` per $12x^{-6}$;
- Usare parentesi per delimitare l'argomento di una funzione; cioè scrivere `cos(x)` e non `cos x`;
- Usare parentesi per indicare il *risultato* di un'operazione: scrivere `4*x*(x^2+1)^3` per $4x(x^2+1)^3$; `4^(2*x+1)` per 4^{2x+1}; `(cos(x))^2` per $(\cos(x))^2$. *Non* scrivere `cos^2(x)` per $\cos^2(x)$, scrivere `(cos(x))^2`!
- Si possono usare parentesi quadre `[ ]` o graffe `{ }`, per delimitare un'espressione matematica.
- Funzioni che possono essere usate:
  - Trigonometriche: `sin` (seno), `cos` (coseno), `tan` (tangente), `cot` (cotangente), `sec` (secante), `csc` (cosecante);
  - Trigonometriche Inverse: `asin` (arcoseno), `acos` (arcocoseno), `atan` (arcotangente);
  - Logaritmiche: `ln` (logaritmo naturaleg), o `log`;
  - Esponenziale: la funzione esponenziale e^x, può essere immessa come `exp(x)` o come `e^x`.
  - Il valore assoluto, `abs`$(\cdot)$ può anche essere scritto nel modo solito `|`$\cdot$`|`; cioè si può scrivere `abs(x)` o `|x|`.
  - Altre: `sqrt`, si scrive `sqrt(x)` per $\sqrt{x}$ (o si usa la notazione esponenziale: `x^(1/2)`).

Quando la risposta viene immessa il programma fa un qualche controllo per determinare se è un'espressione matematica corretta: per esempio, se si scrive `san(x)`, la funzione '`san`' non sarà riconosciuta come un'espressione valida e ci sarà un messaggio di errore e la risposta non è considerata errata. C'è anche un controllo sulle parentesi: `((x^4+1) + sin(x)^2` sarà indicato come errore di sintassi.

Importante: Nella risposta bisogna sempre usare la variabile indipendente data nel testo dell'esercizio: se il testo usa x, si usa `x`; se l'enunciato del problema usa t, si usa `t` nella risposta. Immettere una funzione di t quando il programma si aspetta una funzione di x, avrà certamente come risultato "risposta sbagliata".

Importante: Dopo aver dato la risposta premere il tasto invio o cliccare col mouse su un'area vuota della pagina.

Simboli: Nelle correzioni il simbolo ✔ indica che lo studente ha dato la risposta corretta; un ✘, indica una risposta errata, in questo caso, la risposta corretta è indicata con ●.

Se il quiz ha una soluzione, la casella della risposta esatta ha un riquadro verde: cliccando e premendo Shift sulla casella si va alla pagina della soluzione.

Nel caso di risposta scritta, la risposta esatta appare in un riquadro in fondo all'esercizio.

Quiz n. 1

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Risolvere i seguenti esercizi:

1. Sia:

$$F(x) = \int_0^x \frac{t^2}{(1+t^3)^2}\,\mathrm{d}t$$

Allora:

$$\lim_{x\to 0} \frac{F(x)}{\mathrm{e}^{x^3}-1}$$

vale:

☐ $\frac{1}{3}$ ☐ 0 ☐ $-\frac{1}{3}$ ☐ $+\infty$

2. Sia:

$$F(x) = \int_0^x \operatorname{sen}^4 t\,\mathrm{d}t$$

Allora:

$$\lim_{x\to 0} \frac{F(x)}{x^5}$$

vale:

☐ $-\frac{1}{5}$ ☐ 0 ☐ $\frac{1}{5}$ ☐ $+\infty$

3. Sia:

$$F(x) = \int_0^x (1 - \cos t)^3 \, dt$$

Allora:

$$\lim_{x \to 0} \frac{F(x)}{x^7}$$

vale:

☐ $-\frac{1}{56}$ ☐ $\frac{1}{56}$ ☐ $\frac{1}{55}$ ☐ 0

4. Sia:

$$F(x) = \int_0^x \ln(1 + t^5) \, dt$$

Allora:

$$\lim_{x \to 0} \frac{F(x)}{x^8}$$

vale:

☐ -1 ☐ 1 ☐ $+\infty$ ☐ 0

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Quiz n. 2

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Risolvere i seguenti esercizi:

1. Sia

$$F(x) = \int_0^x \frac{\mathrm{e}^{t^2}}{t^3+1}\,\mathrm{d}t$$

Allora $F'(1)$ vale:

- ☐ e^2
- ☐ $\frac{\mathrm{e}^2}{2}$
- ☐ $\frac{\mathrm{e}}{2}$
- ☐ e

2. Sia

$$F(x) = \int_{20}^x t^{10}\mathrm{e}^{t^3}\,\mathrm{d}t$$

Allora $F'(1)$ vale:

- ☐ e^{10}
- ☐ 0
- ☐ 1
- ☐ e

3. Sia

$$F(x) = \int_1^x \ln\left(\frac{t^2}{100}\right)\mathrm{d}t$$

Allora $F'(-10)$ vale:

- ☐ 1
- ☐ $-\ln(10)$
- ☐ 0
- ☐ $\ln(10)$

4. Sia

$$F(x) = \int_0^x e^{t^3} \left(\cos t^3 + 1\right) \, dt$$

Allora $F'(0)$ vale:

☐ e ☐ 2e ☐ 0 ☐ −e

5. Sia

$$F(x) = \int_2^{\sqrt{x}} \frac{\ln\left(t^2\right)}{t^2} \, dt$$

Allora $F'(2)$ vale:

☐ $\frac{\sqrt{2}}{8} \ln 2$ ☐ $\frac{\ln 4}{4}$ ☐ $\ln 4$ ☐ $\ln 2$

6. Sia

$$F(x) = \int_1^{x^2+1} t\sqrt{t-1} \, dt$$

Allora $F'\left(\frac{1}{2}\right)$ vale:

☐ $-\frac{5}{8}$ ☐ $\frac{5}{8}$ ☐ 1 ☐ 0

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Quiz n. 3

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Risolvere i seguenti esercizi:

1. La retta tangente al grafico della funzione:

$$F(x) = \int_1^x t^3 \mathrm{e}^{\sqrt[3]{t}}\,\mathrm{d}t$$

nel suo punto di ascissa $x = 1$ ha equazione:

☐ $y = -\mathrm{e}x + \mathrm{e}$ ☐ $y = \mathrm{e}x - \mathrm{e}$ ☐ $y = x - 1$ ☐ $y = \mathrm{e}x$

2. La retta tangente al grafico della funzione:

$$F(x) = \int_2^x \ln^2(t+1)\,\mathrm{d}t$$

nel suo punto di ascissa $x = 2$ ha equazione:

☐ $y = x\ln^2 3 - 2\ln^2 3$ ☐ $y = x\ln^2 3$ ☐ $y = x - 2$ ☐ $y = 2x\ln 3 - 2\ln 3$

3. La retta tangente al grafico della funzione:

$$F(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{-t^4}\,\mathrm{d}t$$

nel suo punto di ascissa $x = 0$ ha equazione:

☐ $y = x - 1$ ☐ $y = x + 1$ ☐ $y = \mathrm{e}x$ ☐ $y = x$

4. La retta tangente al grafico della funzione:

$$F(x) = \int_{-1}^{x} t\mathrm{e}^{-t^2}\,\mathrm{d}t$$

nel suo punto di ascissa $x = 0$ ha equazione:

☐ $y = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2\mathrm{e}}$ ☐ $y = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2\mathrm{e}}$ ☐ $y = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\mathrm{e}}$ ☐ $y = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\mathrm{e}}$

5. La retta tangente al grafico della funzione:

$$F(x) = \int_{0}^{x} \cos t\,\mathrm{e}^{\operatorname{sen} t}\,\mathrm{d}t$$

nel suo punto di ascissa $x = \frac{\pi}{2}$ ha equazione:

☐ $y = 1 - \mathrm{e}$ ☐ $y = 1 + \mathrm{e}$ ☐ $y = \mathrm{e}x$ ☐ $y = \mathrm{e} - 1$

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Quiz n. 4

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Risolvere i seguenti esercizi:

1. La funzione

$$F(x) = \int_0^x (t^6 - t^4 + t^2)\mathrm{e}^{-2t}\,\mathrm{d}t$$

- ☐ presenta un punto di flesso a tangente orizzontale in $x = 0$
- ☐ presenta un punto di minimo in $x = 0$
- ☐ presenta un punto di massimo in $x = 0$
- ☐ non presenta punti stazionari

2. La funzione

$$F(x) = \int_0^x \frac{2\ln t + 1}{(\ln^2 t + \ln t)^2}\,\mathrm{d}t$$

- ☐ presenta un punto di flesso a tangente orizzontale in $x = \mathrm{e}^{-1/2}$
- ☐ presenta un punto di minimo in $x = \mathrm{e}^{-1/2}$
- ☐ presenta un punto di massimo in $x = \mathrm{e}^{-1/2}$
- ☐ non presenta punti stazionari

3. La funzione

$$F(x) = \int_0^{x^3} \mathrm{e}^{-t^3}\,\mathrm{d}t$$

- ☐ presenta un punto di flesso a tangente orizzontale in $x = 0$
- ☐ presenta un punto di minimo in $x = 0$
- ☐ presenta un punto di massimo in $x = 0$
- ☐ non presenta punti stazionari

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Soluzioni dei Quiz

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 1:
Per il teorema di Torricelli-Barrow, si ha:

$$F'(x) = \frac{x^2}{(1+x^3)^2}$$

Applichiamo al limite proposto, che si presenta nella forma di indecisione $\frac{0}{0}$, il teorema di De L'Hospital, ottenendo:

$$\lim_{x\to 0} \frac{F(x)}{e^{x^3}-1} \stackrel{(H)}{=} \lim_{x\to 0} \frac{\frac{x^2}{(1+x^3)^2}}{3x^2 e^{x^3}} = \frac{1}{3}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 1:

Per il teorema di Torricelli-Barrow, si ha:

$$F'(x) = \operatorname{sen}^4 x$$

Applichiamo al limite proposto, che si presenta nella forma di indecisione $\frac{0}{0}$, il teorema di De L'Hospital, ottenendo:

$$\lim_{x \to 0} \frac{F(x)}{x^5} \overset{(H)}{=} \lim_{x \to 0} \frac{\operatorname{sen}^4 x}{5x^4} = \frac{1}{5}$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 1:

Per il teorema di Torricelli-Barrow, si ha:

$$F'(x) = (1 - \cos x)^3$$

Applichiamo al limite proposto, che si presenta nella forma di indecisione $\frac{0}{0}$, il teorema di De L'Hospital, ottenendo:

$$\lim_{x \to 0} \frac{F(x)}{x^7} \overset{(H)}{=} \lim_{x \to 0} \frac{(1 - \cos x)^3}{7x^6} = \frac{1}{56}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 1:

Per il teorema di Torricelli-Barrow, si ha:

$$F'(x) = \ln(1 + x^5)$$

Applichiamo al limite proposto, che si presenta nella forma di indecisione $\frac{0}{0}$, il teorema di De L'Hospital, ottenendo:

$$\lim_{x\to 0} \frac{F(x)}{x^8} \overset{(H)}{=} \lim_{x\to 0} \frac{\ln(1 + x^5)}{8x^7} = +\infty$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 2:
Per il teorema di Torricelli-Barrow, si ha:

$$F'(x) = \frac{\mathrm{e}^{x^2}}{x^3 + 1}$$

Quindi

$$F'(1) = \frac{\mathrm{e}}{2}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 2:
Per il teorema di Torricelli-Barrow, si ha:

$$F'(x) = x^{10}\mathrm{e}^{x^3}$$

Quindi

$$F'(1) = \mathrm{e}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 2:
Per il teorema di Torricelli-Barrow, si ha:

$$F'(x) = \ln\left(\frac{x^2}{100}\right)$$

Quindi

$$F'(-10) = 0$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 2:

Per il teorema di Torricelli-Barrow, si ha:

$$F'(x) = \mathrm{e}^{x^3}\left(\cos x^3 + 1\right)$$

Quindi

$$F'(0) = 2\mathrm{e}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 5 del quiz n. 2:
La funzione assegnata è una funzione composta. Sappiamo che, se:

$$F(x) = \int_a^{g(x)} f(t)\,\mathrm{d}t$$

allora:

$$F'(x) = f(g(x)) \cdot g'(x)$$

Quindi, nel nostro caso:

$$F'(x) = \frac{\ln x}{x} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Pertanto:

$$F'(2) = \frac{\ln 2}{2} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{8}\ln 2$$

Fine Quiz

Indietro
Pieno Schermo
Chiudere
Uscire

Soluzione della domanda 6 del quiz n. 2:

La funzione assegnata è una funzione composta. Sappiamo che, se:

$$F(x) = \int_a^{g(x)} f(t)\,\mathrm{d}t$$

allora:

$$F'(x) = f(g(x)) \cdot g'(x)$$

Quindi, nel nostro caso:

$$F'(x) = (x^2 + 1)|x| \cdot 2x$$

Pertanto:

$$F'\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{4} + 1\right) \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{8}$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 3:

Sappiamo che la retta tangente al grafico della funzione $F(x)$ in $P(x_0, F(x_0))$ ha equazione:

$$y = F'(x_0) \cdot (x - x_0) + F(x_0)$$

Nel nostro caso, abbiamo (per il teorema di Torricelli-Barrow):

$$F'(x) = x^3 \mathrm{e}^{\sqrt[3]{x}} \Rightarrow F'(1) = \mathrm{e}$$

Inoltre:

$$F(1) = 0$$

quindi l'equazione della retta richiesta è:

$$y = \mathrm{e}(x - 1) \Rightarrow y = \mathrm{e}x - \mathrm{e}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 3:
Sappiamo che la retta tangente al grafico della funzione $F(x)$ in $P(x_0, F(x_0))$ ha equazione:

$$y = F'(x_0) \cdot (x - x_0) + F(x_0)$$

Nel nostro caso, abbiamo (per il teorema di Torricelli-Barrow):

$$F'(x) = \ln^2(x+1) \Rightarrow F'(2) = \ln^2 3$$

Inoltre:

$$F(2) = 0$$

quindi l'equazione della retta richiesta è:

$$y = \ln^2 3(x-2) \Rightarrow y = x \ln^2 3 - 2 \ln^2 3$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 3:

Sappiamo che la retta tangente al grafico della funzione $F(x)$ in $P(x_0, F(x_0))$ ha equazione:

$$y = F'(x_0) \cdot (x - x_0) + F(x_0)$$

Nel nostro caso, abbiamo (per il teorema di Torricelli-Barrow):

$$F'(x) = \mathrm{e}^{-x^4} \Rightarrow F'(0) = 1$$

Inoltre:

$$F(0) = 0$$

quindi l'equazione della retta richiesta è:

$$y = x$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 3:

Sappiamo che la retta tangente al grafico della funzione $F(x)$ in $P(x_0, F(x_0))$ ha equazione:

$$y = F'(x_0) \cdot (x - x_0) + F(x_0)$$

Nel nostro caso, abbiamo (per il teorema di Torricelli-Barrow):

$$F'(x) = x\mathrm{e}^{-x^2} \Rightarrow F'(0) = 1$$

Inoltre:

$$F(x) = -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-x^2} + \frac{1}{2\mathrm{e}} \Rightarrow F(0) = \frac{1}{2\mathrm{e}} - \frac{1}{2}$$

quindi l'equazione della retta richiesta è:

$$y = \frac{1}{2\mathrm{e}} - \frac{1}{2}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 5 del quiz n. 3:

Sappiamo che la retta tangente al grafico della funzione $F(x)$ in $P(x_0, F(x_0))$ ha equazione:

$$y = F'(x_0) \cdot (x - x_0) + F(x_0)$$

Nel nostro caso, abbiamo (per il teorema di Torricelli-Barrow):

$$F'(x) = \cos x \mathrm{e}^{\operatorname{sen} x} \Rightarrow F'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$$

Inoltre:

$$F(x) = \mathrm{e}^{\operatorname{sen} x} - 1 \Rightarrow F\left(\frac{\pi}{2}\right) = \mathrm{e} - 1$$

quindi l'equazione della retta richiesta è:

$$y = \mathrm{e} - 1$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 4:
Per il teorema di Torricelli-Barrow, abbiamo:

$$F'(x) = (x^6 - x^4 + x^2)\mathrm{e}^{-2x}$$

Essa si annulla solo in $x = 0$ ed è sempre positiva. Quindi il punto considerato è di flesso a tangente orizzontale. Fine Quiz

Indietro
Pieno Schermo
Chiudere
Uscire

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 4:
Per il teorema di Torricelli-Barrow, abbiamo:

$$F'(x) = \frac{2\ln x + 1}{(\ln^2 x + \ln x)^2}$$

Essa si annulla solo in $x = \mathrm{e}^{-1/2}$. Essa risulta inoltre positiva in $(\mathrm{e}^{-1/2}, 1) \cup (1; +\infty)$ e negativa in $(0, \mathrm{e}^{-1}) \cup (\mathrm{e}^{-1}, \mathrm{e}^{-1/2})$. Quindi il punto considerato è di minimo. Fine Quiz

Indietro
Pieno Schermo
Chiudere
Uscire

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 4:

La funzione assegnata è una funzione composta. Sappiamo che, se:

$$F(x) = \int_a^{g(x)} f(t)\,\mathrm{d}t$$

allora:

$$F'(x) = f(g(x)) \cdot g'(x)$$

Quindi, nel nostro caso, avremo:

$$F'(x) = 3x^2 \mathrm{e}^{-x^9}$$

Essa si annulla solo in $x = 0$. Essa risulta inoltre sempre. Quindi il punto considerato è di flesso a tangente orizzontale. Fine Quiz