

Esercizi interattivi di Matematica Generale.

Algebra Lineare

Francesco Brega – Grazia Messineo



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

ISTRUZIONI

Per iniziare i quiz cliccare “Inizio Test”, quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su “Fine Test”.

Dove viene richiesta una risposta scritta usare le seguenti regole:

- Usare * per indicare la moltiplicazione: scrivere $4*x$ per $4x$;
- Usare ^ per indicare le potenze: scrivere $4*x^3$ per $4x^3$; $12*x^{-6}$ per $12x^{-6}$;
- Usare parentesi per delimitare l’argomento di una funzione; cioè scrivere $\cos(x)$ e non $\cos x$;
- Usare parentesi per indicare il *risultato* di un’operazione: scrivere $4*x*(x^2+1)^3$ per $4x(x^2+1)^3$; $4^{(2*x+1)}$ per 4^{2x+1} ; $(\cos(x))^2$ per $(\cos(x))^2$. *Non* scrivere $\cos^2(x)$ per $\cos^2(x)$, scrivere $(\cos(x))^2$!
- Si possono usare parentesi quadre [] o graffe { }, per delimitare un’espressione matematica.
- Funzioni che possono essere usate:
 - Trigonometriche: **sin** (seno), **cos** (coseno), **tan** (tangente), **cot** (cotangente), **sec** (secente), **csc** (cosecante);
 - Trigonometriche Inverse: **asin** (arcoseno), **acos** (arcocoseno), **atan** (arcotangente);
 - Logaritmiche: **ln** (logaritmo naturale), o **log**;
 - Esponenziale: la funzione esponenziale e^x , può essere immessa come **exp(x)** o come e^x .
 - Il valore assoluto, **abs**(\cdot) può anche essere scritto nel modo solito $| \cdot |$; cioè si può scrivere **abs(x)** o $|x|$.
 - Altre: **sqrt**, si scrive **sqrt(x)** per \sqrt{x} (o si usa la notazione esponenziale: $x^{(1/2)}$).



[Indietro](#)

[Pieno Schermo](#)

[Chiudere](#)

[Uscire](#)

Quando la risposta viene immessa il programma fa un qualche controllo per determinare se è un’espressione matematica corretta: per esempio, se si scrive **san(x)**, la funzione ‘san’ non sarà riconosciuta come un’espressione valida e ci sarà un messaggio di errore e la risposta non è considerata errata. C’è anche un controllo sulle parentesi: $((x^4+1) + \sin(x))^2$ sarà indicato come errore di sintassi.

Importante: Nella risposta bisogna sempre usare la variabile indipendente data nel testo dell'esercizio: se il testo usa x , si usa **x**; se l'enunciato del problema usa t , si usa **t** nella risposta. Immettere una funzione di t quando il programma si aspetta una funzione di x , avrà certamente come risultato "risposta sbagliata".

Importante: Dopo aver dato la risposta premere il tasto invio o cliccare col mouse su un'area vuota della pagina.

Simboli: Nelle correzioni il simbolo indica che lo studente ha dato la risposta corretta; un indica una risposta errata, in questo caso, la risposta corretta è indicata con .

Se il quiz ha una soluzione, la casella della risposta esatta ha un riquadro verde: cliccando e premendo Shift sulla casella si va alla pagina della soluzione.

Nel caso di risposta scritta, la risposta esatta appare in un riquadro in fondo all'esercizio.



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Quiz n. 1

Per iniziare il quiz cliccare “Inizio Test”, quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su “Fine Test”.

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su “Fine Test”) modificare le proprie risposte.

1. Dati i vettori:

$$\mathbf{a} = [-3, 2, 5] \quad \mathbf{b} = [4, -1, 3]$$

il vettore somma $\mathbf{s} = \mathbf{a} + \mathbf{b}$ è:

$$[-1, 1, 8]$$

$$[1, -1, 8]$$

$$[1, 1, 8]$$

$$[1, 1, -8]$$

2. Dati i vettori:

$$\mathbf{a} = [3, 5, 1] \quad \mathbf{b} = [-4, -1, 2]$$

il prodotto scalare $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ è:

$$15$$

$$-10$$

$$10$$

$$-15$$

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

3. $[2, -3, 1] \cdot [-3, \frac{1}{3}, 2] = ?$

$$-5$$

$$3$$

$$5$$

$$-3$$

Quiz n. 2

Per iniziare il quiz cliccare “Inizio Test”, quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su “Fine Test”.

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su “Fine Test”) modificare le proprie risposte.

Date le 2 matrici

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -3 & 1 \\ 3 & -4 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

1. esiste $A + B$?

Vero

Falso

2. esiste A^2 ?

Vero

Falso

3. esiste $A \cdot B$?

Vero

Falso

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Vero

Falso

4. esiste $B \cdot A$?

Quiz n. 3

Per iniziare il quiz cliccare “Inizio Test”, quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su “Fine Test”.

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su “Fine Test”) modificare le proprie risposte.

Calcolare il determinante delle matrici:

1. $A = \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

$\det A = 19$

$\det A = 23$

$\det A = -19$

$\det A = -23$

2. $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & 1 \\ 0 & 7 & 0 \end{bmatrix}$

$\det B = 28$

$\det B = -28$

$\det B = 14$

$\det B = -14$

3. $C = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 2 & -3 \\ -1 & -1 & 1 & -1 \\ 3 & 5 & 1 & -3 \end{bmatrix}$

$\det C = -15$

$\det B = 20$

$\det C = -20$

$\det B = 15$

4. $D = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 5 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 5 & -4 & 2 \end{bmatrix}$

$\det D = 128$

$\det D = 0$

$\det B = -128$

$\det B = 64$



[Indietro](#)

[Pieno Schermo](#)

[Chiudere](#)

[Uscire](#)

Quiz n. 4

Per iniziare il quiz cliccare “Inizio Test”, quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su “Fine Test”.

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su “Fine Test”) modificare le proprie risposte.

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & k & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 2k+1 \end{bmatrix}, \quad \text{con } k \in \mathbb{R}.$$

1. A è invertibile se $k \neq 0$?

Vero

Falso

2. A è invertibile se $k \neq -\frac{1}{2}$?

Vero

Falso

3. A è invertibile se :

$$k \neq 0 \text{ e } k \neq -\frac{3}{4}$$

$$k \neq 0 \text{ e } k \neq -\frac{1}{2}$$

$$k \neq -\frac{1}{2}$$

$$k \neq -\frac{3}{4}$$

4. L’elemento di posto (2,2) di A^{-1} vale :

$$2 + 3k$$

$$0$$

$$2 - 3k$$

$$3 - 2k$$



[Indietro](#)

[Pieno Schermo](#)

[Chiudere](#)

[Uscire](#)

Quiz n. 5

Per iniziare il quiz cliccare “Inizio Test”, quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su “Fine Test”.

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su “Fine Test”) modificare le proprie risposte.

Calcolare il rango delle matrici:

1. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

$r(A) = 3$

$r(A) = 2$

$r(A) = -2$

$r(A) = -3$

2. $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 2 \\ -3 & 4 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$r(B) = 3$

$r(B) = 2$

$r(B) = -3$

$r(B) = -2$

3. $C = \begin{bmatrix} k+1 & 2 & 3 \\ 3 & -1 & 0 \\ -2 & 2k & 4 \end{bmatrix}, \quad k \in \mathbb{R}$

$r(C) = 2 \Rightarrow k \neq -\frac{17}{7}$

$r(C) = 2 \Rightarrow k \neq -\frac{17}{7}$

$r(C) = 3 \Rightarrow k \neq \frac{17}{7}$

$r(C) = 3 \Rightarrow k \neq -\frac{17}{7}$



[Indietro](#)

[Pieno Schermo](#)

[Chiudere](#)

[Uscire](#)

Quiz n. 6

Per iniziare il quiz cliccare “Inizio Test”, quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su “Fine Test”.

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su “Fine Test”) modificare le proprie risposte.

Risolvere i sistemi lineari:

1.
$$\begin{cases} -x + 3y + 2z = -2 \\ 2x - 3y - z = 1 \end{cases}$$

$x = 2, y = 0, z = 1$

$x = 1, y = 2, z = 0$

Indeterminato

Impossibile

2.
$$\begin{cases} 2x - y + 2z = 1 \\ -x + 2y - 3z = 1 \\ x - y + 2z = -2 \end{cases}$$

$x = 3, y = -7, z = -6$

$x = -3, y = 7, z = 6$

Indeterminato

Impossibile

3.
$$\begin{cases} x - 3y + z = 0 \\ 3x + 2z = 0 \\ y - 7z = 0 \end{cases}$$

$x = 1, y = 0, z = 0$

$x = 0, y = 0, z = 0$

Indeterminato

Impossibile



[Indietro](#)

[Pieno Schermo](#)

[Chiudere](#)

[Uscire](#)

Quiz n. 7

Per iniziare il quiz cliccare “Inizio Test”, quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su “Fine Test”.

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su “Fine Test”) modificare le proprie risposte.

Dato il sistema lineare parametrizzato:

$$\begin{cases} x + (k+1)y + z = 0 \\ -2x + y + kz = 0 \\ (k+2)x - y = k+1 \end{cases}$$

1. Per $k = 0$, il sistema risulta:

Determinato

Impossibile

Indeterminato



Indietro

2. Il sistema ha soluzione per:

$$k = -1 \text{ e } k = 0$$

$$k \neq -1 \text{ e } k \neq 0$$

$$k \neq -2 \text{ e } k \neq -1 \text{ e } k \neq 0$$

$$k = -2 \text{ e } k = -1 \text{ e } k = 0$$

Pieno Schermo

Chiudere

3. Per $k = 1$ la soluzione è:

$$x = \frac{1}{3}, y = -1, z = \frac{4}{3}$$

$$x = -\frac{1}{3}, y = -1, z = \frac{5}{3}$$

$$x = -\frac{1}{3}, y = -1, z = \frac{4}{3}$$

$$x = \frac{1}{3}, y = -1, z = \frac{5}{3}$$

Uscire

Soluzioni dei Quiz

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 1:

$$\mathbf{s} = [-3 + 4, 2 - 1, 5 + 3] = [1, 1, 8]$$

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 1:

$$[3, 5, 1] \cdot [-4, -1, 2] = 3 \cdot (-4) + 5 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 = -12 - 5 + 2 = -15$$

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 1:

$$[2, -3, 1] \cdot [-3, \frac{1}{3}, 2] = 2 \cdot (-3) - 3 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot 2 = -6 - 1 + 2 = 5$$

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 2:

$A \in \mathcal{M}_{2,3} \neq B \in \mathcal{M}_{3,2}$

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 2:

$$A^2 = A \cdot A$$

Il numero di colonne della prima matrice (3) è diverso dal numero di righe della seconda (2).

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 2:

Il numero di colonne della matrice A è uguale dal numero di righe della matrice B , 3.

La matrice prodotto sarà una matrice quadrata di ordine 2:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} -6 & 21 \\ 0 & 16 \end{bmatrix}$$

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 2:

Il numero di colonne della matrice A è uguale dal numero di righe della matrice B , 2.

La matrice prodotto sarà una matrice quadrata di ordine 3:

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -6 \\ 2 & -3 & -3 \\ 7 & -1 & 18 \end{bmatrix}$$

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 3:

$$\det A = 7 \cdot 3 - (-2 \cdot (-1)) = 21 - 2 = 19 .$$

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 3:

Applichiamo la regola di Laplace prendendo, ad esempio, la riga 3:

$$\det B = -7 \cdot \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = -7 \cdot (-1 - (-5)) = -7 \cdot 4 = -28.$$

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 3:

Applichiamo Laplace:

$$\det C = 3 \cdot \begin{vmatrix} 4 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & -1 \\ 5 & 1 & -3 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -1 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & -3 \end{vmatrix} = 3 \cdot (-6) - 2 = -20.$$

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 3:

Poiché la matrice presenta due righe uguali (la prima e la terza), il determinante risulta 0 .

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 4:

$$\det A = k \cdot \left(k + \frac{3}{4} \right) \quad \Rightarrow \quad A \text{ invertibile} \Leftrightarrow k \neq 0 \text{ e } k \neq -\frac{3}{4}.$$

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 4:

$$\det A = k \cdot \left(k + \frac{3}{4} \right) \quad \Rightarrow \quad A \text{ invertibile} \Leftrightarrow k \neq 0 \text{ e } k \neq -\frac{3}{4}.$$

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 4:

$$\det A = k \cdot \left(k + \frac{3}{4} \right) \quad \Rightarrow \quad A \text{ invertibile} \Leftrightarrow k \neq 0 \text{ e } k \neq -\frac{3}{4} .$$

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 4:

L'elemento di posto (2,2) della matrice A vale 0, quindi anche l'elemento corrispondente della matrice inversa A^{-1} vale 0.

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 5:

Poiché A presenta 2 righe uguali allora $\det A = 0 \Rightarrow r(A) < 3$.

Inoltre, poiché esiste un minore di ordine 2 diverso da 0 $\left(\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \right) \Rightarrow r(A) = 2$.

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 5:

Abbiamo $1 \leq r(B) \leq 3$.

Poiché esiste un minore di ordine 3 diverso da 0 $\begin{pmatrix} | & 1 & -1 & -1 \\ | & -3 & 4 & 1 \\ | & 2 & -2 & 1 \end{pmatrix} = 3 \neq 0$ allora $r(A) = 3$.

Fine Quiz



[Indietro](#)

[Pieno Schermo](#)

[Chiudere](#)

[Uscire](#)

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 5:

$$\det C = 14k - 34 \quad \Rightarrow \quad r(C) = 3 \Leftrightarrow \det C \neq 0 \Rightarrow k \neq \frac{17}{7}.$$

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 6:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & -3 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$r(A) = r(A|\mathbf{b}) = 2 \Rightarrow$ il sistema ha ∞^{3-2} soluzioni, risulta perciò indeterminato .

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 6:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -3 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}.$$

$r(A) = r(A|\mathbf{b}) = 3 \Rightarrow$ il sistema risulta determinato, con l'unica soluzione :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ -7 \\ -6 \end{bmatrix}.$$

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 6:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & -7 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Il sistema è un sistema omogeneo, per cui avrà sempre soluzione.

$r(A) = r(A|\mathbf{b}) = 3 \Rightarrow$ il sistema risulta determinato con l'unica soluzione :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 7:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & k+1 & 1 \\ -2 & 1 & k \\ k+2 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k+1 \end{bmatrix}.$$

$$\det A \neq 0 \Leftrightarrow k \neq -2 \text{ e } k \neq -1 \text{ e } k \neq 0$$

Quindi, per $k = 0$, $r(A) = 2 < r(A|\mathbf{b}) = 3 \Rightarrow$ il sistema è impossibile.

Fine Quiz



Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 7:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & k+1 & 1 \\ -2 & 1 & k \\ k+2 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ k+1 \end{bmatrix}.$$

Il sistema ha soluzione se e solo se $r(A) = r(A|\mathbf{b})$, cioè se e solo se:

$$\det A \neq 0 \Leftrightarrow k \neq -2 \text{ e } k \neq -1 \text{ e } k \neq 0$$

Fine Quiz



[Indietro](#)

[Pieno Schermo](#)

[Chiudere](#)

[Uscire](#)

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 7:

Per $k = 1$, il sistema diventa:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix}.$$

La soluzione è:

$$x = \frac{1}{3}, y = -1, z = \frac{5}{3}.$$

Fine Quiz



[Indietro](#)

[Pieno Schermo](#)

[Chiudere](#)

[Uscire](#)