

MATEMATICA DI BASE

Pasquale L. De Angelis

Esercizi relativi al capitolo II

Nel seguito sono riportati alcuni esercizi utili a verificare la qualità della conoscenza acquisita sugli argomenti sviluppati nel capitolo II del volume.

Si consiglia caldamente di affrontarli solo dopo aver studiato l'intero capitolo, aver compreso gli esempi ivi riportati e risolto gli esercizi di controllo suggeriti.

- Equazioni di I grado:

1. $4 \cdot x - 5 = 0$;
2. $0 \cdot x + 1 = 0$;
3. $0 \cdot x = 0$;
4. $2x + 2 = 3x - 4$;
5. $2x - 3 + x^2 = x(x - 1)$.

Risposta:

1. $\{x = \frac{5}{4}\}$;
2. nessuna soluzione;
3. $\forall x \in \mathbb{R}$;
4. $\{x = 6\}$;
5. $\{x = 1\}$.

- Equazioni di II grado:

1. $x^2 - 3x + 4 = 0$;

2. $x^2 + 3x - 4 = 0$;
3. $4x^2 - 4x + 1 = 0$.

Risposta:

1. Nessuna soluzione;
 2. $\{x = -4\}, \{x = 1\}$;
 3. $\{x = \frac{1}{2}\}$.
- Sistemi di disequazioni:

$$1. \quad \begin{cases} 2x^2 - 3x + 2 & \geq 0 \\ x^2 - 1 & < 0 \\ x^2 - 4 & > 0 \end{cases}$$

$$2. \quad \begin{cases} 2x^2 - 3x + 2 & \geq 0 \\ x^2 - 1 & > 0 \\ x^2 - 16 & < 0 \end{cases}$$

$$3. \quad \begin{cases} x^2 + x + 2 & \geq 0 \\ x^2 - 2x + 1 & > 0 \\ x^2 - 16 & < 0 \end{cases}$$

Risposta:

1. $\mathbf{X} = \emptyset$
 2. $\mathbf{X} =]-4, -1[\cup]1, 4[$
 3. $\mathbf{X} = (-\infty, 1[\cup]1, 4[$
- Disequazioni

1. $\frac{x+x^2}{x-1} > 1$;
2. $|x| - 2x + 1 > 0$;
3. $x(x^2 - 4x + 5) \leq 0$.

Risposta:

1. $\mathbf{X} =]1, +\infty)$;
2. $\mathbf{X} = (-\infty, 1[$;
3. $\mathbf{X} = (-\infty, 0]$.

Seguono alcuni esercizi, organizzati come un questionario, le cui soluzioni sono riportate alla fine.

1. Controllare quante soluzioni ha l'equazione:

$$x^2(x - 20) = x(x^2 - 2) .$$

- a) 3 soluzioni;
- b) 2 soluzioni;
- c) nessuna soluzione.

2. Risolvere l'equazione:

$$\frac{x^2 + 1}{x + 7} = 0$$

e dire quali delle seguenti risposte è quella giusta:

- a) $x = -7$;
- b) $x = -1$;
- c) nessuna soluzione.

3. Risolvere l'equazione:

$$\frac{x^2 + 9x + 14}{x + 7} = 0$$

e dire quali delle seguenti risposte è quella giusta:

- a) $x_1 = -2, x_2 = -7$;
- b) $x = -2$;
- c) nessuna soluzione.

4. Risolvere la disequazione:

$$(x^2 + 1)(x + 1)(x + 2) < 0$$

e dire quali delle seguenti risposte è quella giusta:

- a) $-2 < x < 1$;
- b) $x < -2$ o $x > -1$;
- c) $-2 < x < -1$.

5. Risolvere la disequazione:

$$(x - 1)(x - 2)(x - 3) > 0 .$$

6. Risolvere la disequazione:

$$\frac{(x + 1)(3x - 4)}{x^2 + 1} < 0 .$$

7. Risolvere la disequazione:

$$\frac{-x^2 + 9x}{x - 3} \geq 0$$

e dire quali delle seguenti risposte è quella giusta:

- a) $x \in (-\infty, 0[\cup]3, 9[$;
- b) $x \in (-\infty, 0] \cup]3, 9]$;
- c) $x \in]-\infty, 3[$.

8. Risolvere la disequazione

$$\frac{x^2 + x + 1}{(x^2 - x)} \geq 0$$

e dire quali delle seguenti risposte è quella giusta:

- a) $] -\infty, 0[\cup] 1, +\infty[$;
- b) $] -\infty, 0] \cup [1, +\infty[$;
- c) $] -\infty, 1[$.

9. Risolvere la disequazione:

$$\frac{x-1}{x^2+x-2} > 1$$

10. Risolvere la disequazione:

$$\frac{x^2-4x+4}{-x^2+1} > 0 .$$

11. Risolvere la disequazione:

$$x \geq 4(|x| - 4) .$$

12. Risolvere la disequazione:

$$\frac{(x-1)x^2}{-x} \geq 0$$

e dire quali delle seguenti risposte è quella giusta:

- a) $x \in]0, 1[$;
- b) $x \in]0, 1]$;
- c) $x \in [0, 1[$.

13. Risolvere la disequazione:

$$\frac{(x^2-1)x}{-x+2} \geq 0 .$$

14. Risolvere la disequazione:

$$\frac{(x^2 - 1)x}{x + 1} \leq 0 .$$

15. Risolvere il sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x^2 - 9x \leq 0 \\ x - 3 > 0 \end{cases}$$

16. Risolvere il sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x - 2 \geq 0 \\ x^2 - 1 > 0 \end{cases}$$

17. Risolvere il sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x^2 + 5x - 6 < 0 \\ x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

18. Risolvere il sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x^2 - 2x + 1 \geq 0 \\ x - \sqrt{5} > 0 \end{cases}$$

19. Risolvere il sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x^2 - 2x \geq 0 \\ x^2 - 4 < 0 \end{cases}$$

20. Risolvere il sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} -x - 1 < 0 \\ x^2 - 2x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

21. Risolvere il sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} 21x - 7 > 0 \\ 2x^2 - x - 6 > 0 \end{cases}$$

22. Risolvere il sistema di disequazioni:

$$\begin{cases} x^2 - 2x - 1 \geq 0 \\ \sqrt{x+1} > 0 \end{cases}$$

e dire quali delle seguenti risposte è quella giusta:

- a) $x \in]-1, 1 - \sqrt{2}] \cup [1 + \sqrt{2}, +\infty[$;
- b) $x \in [1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}]$;
- c) $x \in [-1, 1 - \sqrt{2}] \cup [1 + \sqrt{2}, +\infty[$.

Risposte agli Esercizi

1. b) - L'equazione ammette due soluzioni.
2. c) - L'equazione non ammette soluzioni.
3. b) - L'equazione ammette l'unica soluzione
 $x = -2$.
4. c) ; $-2 < x < -1$.
5. $x \in]1, 2[\cup]3, +\infty)$.
6. $-1 < x < \frac{4}{3}$.
7. b); $x \in (-\infty, 0] \cup]3, 9]$.
8. a) ; $] -\infty, 0[\cup]1, +\infty[$.
9. $x \in] -2, -1[$.
10. $x \in] -1, 1[$.
11. $-\frac{16}{5} \leq x \leq \frac{16}{3}$.
12. b); $x \in]0, 1]$.
13. $x \in [-1, 0] \cup [1, 2[$.
14. $x \in [0, 1]$.

15. $x \in]3, 9]$.

16. $x \in [2, +\infty[$.

17. $x \in [-1, 1[$.

18. $x \in]\sqrt{5}, +\infty[$.

19. $x \in]-2, 0]$.

20. $x > -1$.

21. $x > 2$.

22. a) ; $x \in]-1, 1 - \sqrt{2}] \cup [1 + \sqrt{2}, +\infty[$.