

MATEMATICA DI BASE

Pasquale L. De Angelis

Esercizi relativi al capitolo X

Nel seguito sono riportati alcuni esercizi utili a verificare la qualità della conoscenza acquisita sugli argomenti sviluppati nel capitolo X del volume.

Si consiglia caldamente di affrontarli solo dopo aver studiato l'intero capitolo, aver compreso gli esempi ivi riportati e risolto gli esercizi di controllo suggeriti.

1. Controllare il comportamento di monotonia delle funzioni:

$$f_1(x) = xe^x, \quad f_2(x) = |x^3|.$$

Risposta:

- a) $f_1(x)$ strettamente decrescente in $(-\infty, -1[$, strettamente crescente in $] -1, +\infty)$.
- b) $f_2(x)$ strettamente decrescente in $(-\infty, 0[$, strettamente crescente in $]0, +\infty)$.

2. Calcolare il minimo ed il massimo assoluto delle seguenti funzioni:

- a) $f_1(x) = x \log x$ per $x \in]0, 1]$;
- b) $f_2(x) = x \log x$ per $x \in E[f_2]$;
- c) $f_3(x) = |\arctg x|$ per $x \in [-1, 2]$;
- d) $f_4(x) = |\arctg x|$ per $x \in E[f_4]$.

Risposta:

- a) $\min f_1(x) = -e^{-1}$ ottenuto in $x = e^{-1}$, $\max f_1(x) = 0$ ottenuto in $x = 1$.
- b) $\min f_2(x) = -e^{-1}$ ottenuto in $x = e^{-1}$, $\nexists \max f_2(x)$.
- c) $\min f_3(x) = 0$ ottenuto in $x = 0$, $\max f_3(x) = \arctg 2 \simeq 1.1071$ ottenuto in $x = 2$.
- d) $\min f_4(x) = 0$ ottenuto in $x = 0$, $\nexists \max f_4(x)$.

3. Controllare la forma delle seguenti funzioni:

$$f_1(x) = xe^x, \quad f_2(x) = x \operatorname{arctg} x.$$

Risposta:

- $f_1(x)$ concava in $(-\infty, -2[$, convessa in $] - 2, +\infty)$;
- $f_2(x)$ convessa in tutto \mathbb{R} .

4. Controllare la forma delle seguenti funzioni:

$$f_1(x) = |x|e^x, \quad f_2(x) = \log |x|.$$

Risposta:

- a) $f_1(x)$ convessa in ogni punto di $(-\infty, -2[\cup]0, +\infty)$, concava in ogni punto di $] - 2, 0[$.
- b) $f_2(x)$ concava in ogni punto di $\mathbb{R} - \{0\}$.