

MATEMATICA DI BASE
Pasquale L. De Angelis
Esercizi relativi al capitolo XII

Nel seguito sono riportati alcuni esercizi utili a verificare la qualità della conoscenza acquisita sugli argomenti sviluppati nel capitolo XII del volume.

Si consiglia caldamente di affrontarli solo dopo aver studiato l'intero capitolo, aver compreso gli esempi ivi riportati e risolto gli esercizi di controllo suggeriti.

1. Determinare le prime due cifre significative esatte della soluzione dell'equazione:

$$f(x) = 2x + 10^x = 0.$$

Risposta: L'equazione ammette una sola radice: $\bar{x} \simeq -0.26(908)$.

2. Determiniamo con una precisione superiore a $\epsilon = \frac{1}{100}$, la soluzione dell'equazione:

$$f(x) = e^{-x} - 3x = 0.$$

Risposta: L'equazione ammette una sola soluzione la cui stima con la tolleranza richiesta è $\bar{x} \simeq -0.2559$. Naturalmente, proseguendo i calcoli si ottiene una maggiore accuratezza. Ad esempio, l'approssimazione $\bar{x} \simeq 0.2576$ ha tutte le cifre riportate esatte.

3. Determiniamo con una precisione superiore a $\epsilon = \frac{1}{100}$, le soluzioni dell'equazione:

$$f(x) = 2 \sin x - x^2 = 0.$$

Risposta: L'equazione ammette due soluzioni, $\bar{x}_1 = 0$ e \bar{x}_2 la cui stima con la tolleranza richiesta è 1.3951. Naturalmente, proseguendo i calcoli si ottiene una maggiore accuratezza. Ad esempio, l'approssimazione

$\bar{x}_2 \simeq 1.4044$ ha tutte le cifre riportate esatte.

4. Ricalcolare le radici delle equazioni precedenti utilizzando tra il metodo di bisezione e il metodo delle corde quello non usato in precedenza.
5. Risolvere le seguenti equazioni con una precisione superiore ad un centesimo:
 - a) $x + \log x = 0$;
 - b) $x^3 + x^2 = 1$;
 - c) $\cos x - x^2 = 0$;
 - d) $x^2 + 2\sqrt{x} = 5$;
 - e) $x + 10^x = 2$;
 - f) $x^4 + x^2 = 5$;
 - g) $\log x + 2\sqrt{x} = 1$;
 - h) $\log_2 x + 2x = 3$;
 - i) $3^x + 3x = 2$;

Risposta:

- a) $\bar{x} \simeq 0.5671$;
- b) $\bar{x} \simeq 0.7549$;
- c) $\bar{x}_1 \simeq -0.8241$; $\bar{x}_2 \simeq 0.8241$;
- d) $\bar{x} \simeq 1.5774$;
- e) $\bar{x} \simeq 0.2444$;
- f) $\bar{x}_1 \simeq -1.2039$; $\bar{x}_2 \simeq 1.2039$;
- g) $\bar{x} \simeq 0.4521$;
- h) $\bar{x} \simeq 1.3069$;
- i) $\bar{x} \simeq 0.23510$;