

MATEMATICA DI BASE
Pasquale L. De Angelis
Esercizi relativi al capitolo XIII

Nel seguito sono riportati alcuni esercizi utili a verificare la qualità della conoscenza acquisita sugli argomenti sviluppati nel capitolo XIII del volume.

Si consiglia caldamente di affrontarli solo dopo aver studiato l'intero capitolo, aver compreso gli esempi ivi riportati e risolto gli esercizi di controllo suggeriti.

1. Risolvere le seguenti equazioni utilizzando, quando necessario, il grafico delle funzioni coinvolte:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } x^3 + x + 1 = 0; & \text{b) } e^x - x = 2; & \text{c) } 2x + \log x = 0; \\ \text{d) } x \log x = 1; & \text{e) } x(x + e^x) = 0; & \text{f) } 2x + \arctg x = 1; \end{array}$$

Risposta:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } x_0 \simeq -0.68; & \text{b) } x_1 \simeq -1.84, x_2 \simeq 1.14; & \text{c) } x_0 \simeq 0.42; \\ \text{d) } x_0 \simeq 1.76; & \text{e) } x_1 = 0, x_2 \simeq -0.56; & \text{f) } x_0 \simeq 0.34; \end{array}$$

2. Risolvere la seguente disequazione utilizzando, quando necessario, il grafico delle funzioni coinvolte:

$$(x^2 - 1)(x + e^x) \geq 0.$$

Risposta: Il segno del prodotto dipende dai segni dei singoli fattori. Il primo fattore è negativo per $|x| < 1$, nullo per $x = \pm 1$ e positivo per $|x| > 1$.

Il segno del secondo fattore non si può ottenere per via algebrica. Ricordando, però, il grafico della funzione $f(x) = x + e^x$ (cfr. capitolo XIII del testo) si sa che tale fattore è negativo per $x < x_0$, nullo per $x = x_0$ e positivo per $x > x_0$ dove $x_0 \simeq -0.56714$.

Pertanto, la disequazione è verificata per $x \in [-1, x_0] \cup [1, +\infty)$.

3. Risolvere le seguenti disequazioni utilizzando, quando necessario, il grafico delle funzioni coinvolte:

- a) $x^3 + x + 1 < 0$; b) $e^x - x \geq 2$; c) $2x + \log x > 0$;
d) $x \log x < 1$; e) $x(x + e^x) > 0$; f) $2x + \operatorname{arctg} x > 1$;

Risposta:

- a) $x \in (-\infty, x_0[, x_0 \simeq -0.68$; b) $x \in ((-\infty, x_1] \cup [x_2, +\infty)),$
 $x_1 \simeq -1.84, x_2 \simeq 1.14$;
c) $x \in]x_0, +\infty), x_0 \simeq 0.42$; d) $x \in]0, x_0[, x_0 \simeq 1.76$;
e) $x \in ((-\infty, x_1] \cup [0, +\infty)), x_1 \simeq -0.56$; f) $x \in]x_0, +\infty), x_0 \simeq 0.34$;