Esercizi interattivi di Matematica Generale. Integrali Definiti

Francesco Brega – Grazia Messineo

Istruzioni

Per iniziare i quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Dove viene richiesta una risposta scritta usare le seguenti regole:

- Usare `*` per indicare la moltiplicazione: scrivere 4*x per $4x$;
- Usare `^` per indicare le potenze: scrivere `4*x^3` per $4x^3$; `12*x^-6` per $12x^{-6}$;
- Usare parentesi per delimitare l'argomento di una funzione; cioè scrivere `cos(x)` e non `cos x`;
- Usare parentesi per indicare il *risultato* di un'operazione: scrivere `4*x*(x^2+1)^3` per $4x(x^2+1)^3$; `4^(2*x+1)` per 4^{2x+1}; `(cos(x))^2` per $(\cos(x))^2$. *Non* scrivere `cos^2(x)` per $\cos^2(x)$, scrivere `(cos(x))^2`!
- Si possono usare parentesi quadre `[ ]` o graffe `{ }`, per delimitare un'espressione matematica.
- Funzioni che possono essere usate:
  - Trigonometriche: `sin` (seno), `cos` (coseno), `tan` (tangente), `cot` (cotangente), `sec` (secante), `csc` (cosecante);
  - Trigonometriche Inverse: `asin` (arcoseno), `acos` (arcocoseno), `atan` (arcotangente);
  - Logaritmiche: `ln` (logaritmo naturaleg), o `log`;
  - Esponenziale: la funzione esponenziale e^x, può essere immessa come `exp(x)` o come `e^x`.
  - Il valore assoluto, `abs(·)` può anche essere scritto nel modo solito `|·|`; cioè si può scrivere `abs(x)` o `|x|`.
  - Altre: `sqrt`, si scrive `sqrt(x)` per $\sqrt{x}$ (o si usa la notazione esponenziale: `x^(1/2)`).

Quando la risposta viene immessa il programma fa un qualche controllo per determinare se è un'espressione matematica corretta: per esempio, se si scrive `san(x)`, la funzione '`san`' non sarà riconosciuta come un'espressione valida e ci sarà un messaggio di errore e la risposta non è considerata errata. C'è anche un controllo sulle parentesi: `((x^4+1) + sin(x)^2` sarà indicato come errore di sintassi.

Importante: Nella risposta bisogna sempre usare la variabile indipendente data nel testo dell'esercizio: se il testo usa x, si usa `x`; se l'enunciato del problema usa t, si usa `t` nella risposta. Immettere una funzione di t quando il programma si aspetta una funzione di x, avrà certamente come risultato "risposta sbagliata".

Importante: Dopo aver dato la risposta premere il tasto invio o cliccare col mouse su un'area vuota della pagina.
Simboli: Nelle correzioni il simbolo ✔ indica che lo studente ha dato la risposta corretta; un ✘, indica una risposta errata, in questo caso, la risposta corretta è indicata con ●.

Se il quiz ha una soluzione, la casella della risposta esatta ha un riquadro verde: cliccando e premendo Shift sulla casella si va alla pagina della soluzione.

Nel caso di risposta scritta, la risposta esatta appare in un riquadro in fondo all'esercizio.

Quiz n. 1

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Risolvere i seguenti esercizi:

1. La primitiva della funzione

$$f(x) = 3x\left(x^2 - \ln 2x + \frac{1}{x}\right)$$

il cui grafico passa per il punto di coordinate $\left(\frac{1}{2}, -\frac{37}{64}\right)$ è:

- ☐ $-\frac{3}{2}x^2\ln(2x) + \frac{3}{4}x^4 + \frac{3}{4}x^2 + 3x - \frac{37}{16}$
- ☐ $-\frac{3}{2}x^2\ln(2x) + \frac{3}{4}x^4 + \frac{3}{4}x^2 + 3x + \frac{37}{16}$
- ☐ $-\frac{3}{2}x^2\ln(2x) + \frac{3}{4}x^4 + \frac{3}{4}x^2 + 3x - \frac{37}{64}$
- ☐ $-\frac{3}{2}x^2\ln(2x) + \frac{3}{4}x^4 + \frac{3}{4}x^2 + 3x + \frac{37}{64}$

2. La primitiva della funzione

$$f(x) = x\left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\ln\frac{x}{x-3}\right)$$

il cui grafico passa per il punto di coordinate $(4, 0)$ è:

- ☐ $x\ln\frac{x}{x-3} + 3\ln|x-3| + \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} - 8\ln 2 + \frac{64}{5}$
- ☐ $x\ln\frac{x}{x-3} + 3\ln|x-3| + \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + 8\ln 2 + \frac{64}{5}$
- ☐ $x\ln\frac{x}{x-3} + 3\ln|x-3| + \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + 8\ln 2 - \frac{64}{5}$
- ☐ $x\ln\frac{x}{x-3} + 3\ln|x-3| + \frac{2}{5}x^2\sqrt{x} - 8\ln 2 - \frac{64}{5}$

3. La primitiva della funzione

$$f(x) = \sin 2x \left(x - 1 + \frac{3}{\cos 2x} \right)$$

il cui grafico passa per il punto di coordinate $(0, -\frac{1}{2})$ è:

- ☐ $-\frac{3}{2}\ln(\cos(2x)) + \frac{1}{2}(1-x)\cos(2x) + \frac{1}{4}\operatorname{sen}(2x) + 1$
- ☐ $-\frac{3}{2}\ln(\cos(2x)) + \frac{1}{2}(1-x)\cos(2x) + \frac{1}{4}\operatorname{sen}(2x) - 1$
- ☐ $-\frac{3}{2}\ln(\cos(2x)) + \frac{1}{2}(1-x)\cos(2x) + \frac{1}{4}\operatorname{sen}(2x) - 2$
- ☐ $-\frac{3}{2}\ln(\cos(2x)) + \frac{1}{2}(1-x)\cos(2x) + \frac{1}{4}\operatorname{sen}(2x) + 2$

4. La primitiva della funzione

$$f(x) = \frac{1}{2}x \left(\sin 2x + \frac{4}{x(x^2+1)} - x \right)$$

il cui grafico passa per il punto di coordinate $(0, \mathrm{e}^2)$ è:

- ☐ $\operatorname{arctg} x + \frac{1}{4}x\cos(2x) + \frac{1}{8}\operatorname{sen}(2x) - \frac{1}{6}x^3 + 2\mathrm{e}^2$
- ☐ $\operatorname{arctg} x + \frac{1}{4}x\cos(2x) + \frac{1}{8}\operatorname{sen}(2x) - \frac{1}{6}x^3 - 2\mathrm{e}^2$
- ☐ $\operatorname{arctg} x + \frac{1}{4}x\cos(2x) + \frac{1}{8}\operatorname{sen}(2x) - \frac{1}{6}x^3 + \mathrm{e}^2$
- ☐ $\operatorname{arctg} x + \frac{1}{4}x\cos(2x) + \frac{1}{8}\operatorname{sen}(2x) - \frac{1}{6}x^3 - \mathrm{e}^2$

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Quiz n. 2

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Risolvere i seguenti esercizi:

1. L'integrale:

$$\int_{-1}^{1} x^4 \operatorname{sen} x \, \mathrm{d}x$$

vale:

☐ 0 ☐ 1 ☐ $\frac{1}{2}$ ☐ -1

2. L'integrale:

$$\int_{4}^{16} \frac{1}{1-\sqrt{x}} \, \mathrm{d}x$$

vale:

☐ $2\ln 3 - 4$ ☐ $2\ln 3 + 4$ ☐ $-2\ln 3 - 4$ ☐ $-2\ln 3 + 4$

3. L'integrale:

$$\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{1}{x \ln^5 x} \, \mathrm{d}x$$

vale:

☐ $-\frac{17}{64}$ ☐ $\frac{17}{64}$ ☐ $-\frac{15}{64}$ ☐ $\frac{15}{64}$

4. L'integrale:

$$\int_{5}^{6} \frac{1}{x^2-9} \, \mathrm{d}x$$

vale:

☐ $-\frac{1}{3}\ln\left(\frac{3}{4}\right)$ ☐ $\frac{1}{3}\ln\left(\frac{3}{4}\right)$ ☐ $-\frac{1}{6}\ln\left(\frac{3}{4}\right)$ ☐ $\frac{1}{6}\ln\left(\frac{3}{4}\right)$

5. L'integrale:

$$\int_0^3 \frac{1}{x^2+9}\,\mathrm{d}x$$

vale:

☐ $\frac{\pi}{12}$ ☐ $\frac{\pi}{16}$ ☐ $\frac{\pi}{8}$ ☐ $\frac{\pi}{6}$

6. L'integrale:

$$\int_0^4 \sqrt{6x+1}\,\mathrm{d}x$$

vale:

☐ $-\frac{124}{9}$ ☐ $\frac{124}{9}$ ☐ $-\frac{119}{9}$ ☐ $\frac{119}{9}$

7. L'integrale:

$$\int_{-1}^1 \frac{|x^3|}{\mathrm{e}^{x^4}}\,\mathrm{d}x$$

vale:

☐ $\frac{1}{2}-\frac{1}{2\mathrm{e}}$ ☐ $-\frac{1}{2}-\frac{1}{2\mathrm{e}}$ ☐ $\frac{1}{2}+\frac{1}{2\mathrm{e}}$ ☐ $-\frac{1}{2}-\frac{1}{2\mathrm{e}}$

8. Sia:

$$f(x)=\begin{cases}\ln(1+x^2) & x\leq 0\\ x\,\mathrm{sen}\,x & x>0\end{cases}$$

L'integrale:

$$\int_{-1}^{\pi/2} f(x)\,\mathrm{d}x$$

vale:

☐ $\ln 2+\frac{\pi}{2}+1$ ☐ $\ln 2+\frac{\pi}{2}-1$ ☐ $\ln 2+\frac{\pi}{2}+2$ ☐ $\ln 2+\frac{\pi}{2}-2$

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Quiz n. 3

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Risolvere i seguenti esercizi:

1. L'area della regione finita di piano compresa tra il grafico della funzione $f(x) = xe^{x^2-1}$, l'asse delle ascisse e le rette di equazione $x = 0$ e $x = 1$ vale:

☐ $-\frac{e(e-1)}{2}$ ☐ $\frac{e(e-1)}{2}$ ☐ $\frac{e-1}{2e}$ ☐ $\frac{e}{2}$

2. L'area della regione finita di piano compresa tra il grafico della funzione $f(x) = x^2 \ln(x^3 + 2)$, l'asse delle ascisse e le rette di equazione $x = 0$ e $x = 1$ vale:

☐ $\frac{1}{3}\ln\left(\frac{27}{4}\right) - \frac{1}{3}$ ☐ $\frac{1}{3}\ln\left(\frac{27}{4}\right)$ ☐ $\frac{1}{3}$ ☐ $\ln\left(\frac{27}{4}\right) - \frac{1}{3}$

3. L'area della regione finita di piano compresa tra il grafico delle funzioni $y = 3x - 4x^2$ e $y = x$ vale:

☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{1}{8}$ ☐ $\frac{1}{15}$ ☐ $\frac{1}{12}$

4. L'area della regione finita di piano compresa tra il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} |x-1| & x \leq 1 \\ x^2 - x & x > 1 \end{cases}$$

l'asse delle ascisse e le rette di equazione $x = -1$ e $x = 2$ vale:

☐ $\frac{5}{6}$ ☐ $\frac{17}{6}$ ☐ 2 ☐ $\frac{13}{6}$

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Quiz n. 4

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".

Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Risolvere i seguenti esercizi:

1. La media integrale della funzione $f(x) = \sqrt{2x+3}$ relativa all'intervallo $[0,3]$ vale:

☐ $3 - \frac{1}{3}\sqrt{3}$ ☐ $3 - \sqrt{3}$ ☐ $3 + \frac{1}{3}\sqrt{3}$ ☐ $\frac{1}{3}\sqrt{3}$

2. La media integrale della funzione $f(x) = x\mathrm{e}^x$ relativa all'intervallo $[0,2]$ vale:

☐ $(\mathrm{e}^2 + 1)$ ☐ $\frac{1}{2}(\mathrm{e}^2 + 1)$ ☐ $\frac{1}{2}(\mathrm{e}^2 - 1)$ ☐ $\frac{1}{2}(1 - \mathrm{e}^2)$

3. La media integrale della funzione $f(x) = x\sqrt{x-1}$ relativa all'intervallo $[2,4]$ vale:

☐ $\frac{14}{5}\sqrt{3} - \frac{8}{15}$ ☐ $\frac{28}{5}\sqrt{3} - \frac{16}{15}$ ☐ $\frac{14}{5}\sqrt{3}$ ☐ $\frac{8}{15}$

4. La media integrale della funzione $f(x) = \ln(x-1)$ relativa all'intervallo $[2,4]$ vale:

☐ $\frac{3}{2}\ln 3 + 1$ ☐ $\frac{3}{2}\ln 3$ ☐ $\frac{3}{2}\ln 3 - 1$ ☐ $3\ln 3 - 2$

5. La media integrale della funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 0 \\ x + 1 & x > 0 \end{cases}$$

relativa all'intervallo $[-1,1]$ vale:

☐ $\frac{1}{6}$ ☐ $-\frac{1}{6}$ ☐ $\frac{1}{12}$ ☐ $\frac{5}{12}$

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Quiz n. 5

Per iniziare il quiz cliccare "Inizio Test", quando si è finito, per ottenere la valutazione, cliccare su "Fine Test".
Rispondere a tutte le domande del quiz. È sempre possibile (prima di cliccare su "Fine Test") modificare le proprie risposte.

Inizio Quiz

Risolvere i seguenti esercizi:

1. L'integrale

$$\int_0^{+\infty} (2x^2 - x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$$

vale:

☐ -3 ☐ $-\infty$ ☐ 3 ☐ $+\infty$

2. L'integrale

$$\int_{-\infty}^{0} x^3\mathrm{e}^{-x^4}\,\mathrm{d}x$$

vale:

☐ $\frac{1}{4}$ ☐ $-\frac{1}{4}$ ☐ $-\infty$ ☐ $+\infty$

3. L'integrale

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+3x+2}\,\mathrm{d}x$$

vale:

☐ $-\ln 2$ ☐ $\ln 2$ ☐ $-\infty$ ☐ $+\infty$

Fine Quiz

Punteggio: Correggere

Soluzioni dei Quiz

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 1:
Troviamo innanzitutto le primitive della funzione assegnata:

$$\int 3x\left(x^2-\ln 2x+\frac{1}{x}\right)\,\mathrm{d}x=-\frac{3}{2}x^2\ln(2x)+\frac{3}{4}x^4+\frac{3}{4}x^2+3x+c$$

Per trovare la primitiva passante per il punto assegnato, occorre risolvere l'equazione:

$$-\frac{37}{64}=\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^4+\frac{3}{4}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^2+3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)+c\Rightarrow c=-\frac{37}{16}$$

La primitiva richiesta è pertanto:

$$F(x)=-\frac{3}{2}x^2\ln(2x)+\frac{3}{4}x^4+\frac{3}{4}x^2+3x-\frac{37}{16}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 1:
Troviamo innanzitutto le primitive della funzione assegnata:

$$\int x\left(\sqrt{x}+\frac{1}{x}\ln\frac{x}{x-3}\right)\,\mathrm{d}x = x\ln\frac{x}{x-3}+3\ln|x-3|+\frac{2}{5}x^2\sqrt{x}+c$$

Per trovare la primitiva passante per il punto assegnato, occorre risolvere l'equazione:

$$0 = x\ln\frac{4}{4-3}+3\ln|4-3|+\frac{2}{5}4^2\sqrt{4}+c \Rightarrow c=-8\ln 2-\frac{64}{5}$$

La primitiva richiesta è pertanto:

$$F(x)=4\ln\frac{x}{x-3}+3\ln|x-3|+\frac{2}{5}x^2\sqrt{x}-8\ln 2-\frac{64}{5}$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 1:
Troviamo innanzitutto le primitive della funzione assegnata:

$$\int \sin 2x \left(x - 1 + \frac{3}{\cos 2x}\right) \mathrm{d}x = -\frac{3}{2}\ln(\cos(2x)) + \frac{1}{2}(1-x)\cos(2x) + \frac{1}{4}\operatorname{sen}(2x) + c$$

Per trovare la primitiva passante per il punto assegnato, occorre risolvere l'equazione:

$$-\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + c \Rightarrow c = -1$$

La primitiva richiesta è pertanto:

$$F(x) = -\frac{3}{2}\ln(\cos(2x)) + \frac{1}{2}(1-x)\cos(2x) + \frac{1}{4}\operatorname{sen}(2x) - 1$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 1:
Troviamo innanzitutto le primitive della funzione assegnata:

$$\int \frac{1}{2}x\left(\sin 2x + \frac{4}{x(x^2+1)} - x\right)\,\mathrm{d}x = \operatorname{arctg} x + \frac{1}{4}x\cos(2x) + \frac{1}{8}\operatorname{sen}(2x) - \frac{1}{6}x^3 + c$$

Per trovare la primitiva passante per il punto assegnato, sostituiamo le coordinate del punto assegnato all'interno della primitiva trovata, ottenendo:

$$\mathrm{e}^2 = c$$

La primitiva richiesta è pertanto:

$$F(x) = \operatorname{arctg} x + \frac{1}{4}x\cos(2x) + \frac{1}{8}\operatorname{sen}(2x) - \frac{1}{6}x^3 + \mathrm{e}^2$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 2:
La funzione assegnata è dispari. L'intervallo di integrazione è simmetrico rispetto all'origine, per cui:

$$\int_{-1}^{1} x^4 \operatorname{sen} x \, \mathrm{d}x = 0$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 2:

Si ha:

$$\int_4^{16} \frac{1}{1-\sqrt{x}}\,\mathrm{d}x = \left[-2\ln(\sqrt{x}-1) - 2\sqrt{x}\right]_4^{16} = -2\ln 3 - 4$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 2:

Si ha:

$$\int_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} \frac{1}{x \ln^5 x}\, \mathrm{d}x = \left[-\frac{1}{4 \ln^4 x}\right]_{\mathrm{e}}^{\mathrm{e}^2} = \frac{15}{64}$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 2:

Si ha:

$$\int_5^6 \frac{1}{x^2-9}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{6}\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right|\right]_5^6 = -\frac{1}{6}\ln\left(\frac{3}{4}\right)$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 5 del quiz n. 2:

Si ha:

$$\int_0^3 \frac{1}{x^2+9}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{3}\operatorname{arctg}\left(\frac{x}{3}\right)\right]_0^3 = \frac{\pi}{12}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 6 del quiz n. 2:

Si ha:

$$\int_0^4 \sqrt{6x+1}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{9}\sqrt{(6x+1)^3}\right]_0^4 = \frac{124}{9}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 7 del quiz n. 2:
La funzione assegnata è pari. Quindi, si ha:

$$\int_{-1}^{1} \frac{|x^3|}{e^{x^4}}\,dx = 2\int_{-1}^{1} \frac{x^3}{e^{x^4}}\,dx = 2\left[-\frac{1}{4}e^{-x^4}\right]_0^1 = \frac{1}{2} - \frac{1}{2e}$$

Fine Quiz

Indietro
Pieno Schermo
Chiudere
Uscire

Soluzione della domanda 8 del quiz n. 2:
Si ha:

$$\begin{aligned}\int_{-1}^{\pi/2} f(x)\,\mathrm{d}x &= \int_{-1}^{0} \ln(1+x^2)\,\mathrm{d}x + \int_{0}^{\pi/2} x \operatorname{sen} x\,\mathrm{d}x \\ &= \Big[2\operatorname{arctg} x + x\ln(1+x^2) - 2x\Big]_{-1}^{0} + \big[\operatorname{sen} x - x\cos x\big]_{0}^{\pi/2} \\ &= \ln 2 + \frac{\pi}{2} - 2 + 1 \\ &= \ln 2 + \frac{\pi}{2} - 1\end{aligned}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 3:
Nell'intervallo $(0,1)$ la funzione assegnata assume solo valori positivi. Pertanto:

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \int_0^1 x\mathrm{e}^{x^2-1}\,\mathrm{d}x \\ &= \left[\frac{1}{2}\mathrm{e}^{x^2-1}\right]_0^1 \\ &= \frac{\mathrm{e}-1}{2\mathrm{e}}\end{aligned}$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 3:
Nell'intervallo $(0,1)$ la funzione assegnata assume solo valori positivi. Pertanto:

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \int_0^1 x^2 \ln(x^3+2)\,\mathrm{d}x \\ &= \left[\frac{1}{3}(x^3+2)\ln(x^3+2) - \frac{1}{3}x^3\right]_0^1 \\ &= \frac{1}{3}\ln\left(\frac{27}{4}\right) - \frac{1}{3}\end{aligned}$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 3:

Le due funzioni proposte si intersecano nei punti $P(0,0)$ e $Q\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)$. Nell'intervallo $\left(0,\dfrac{1}{2}\right)$ il grafico della parabola giace al di sopra di quello della retta. Quindi, l'area richiesta sarà data da:

$$\begin{aligned}
\mathcal{A} &= \int_0^{1/2} (3x - 4x^2 - x)\,\mathrm{d}x \\
&= \int_0^{1/2} (2x - 4x^2)\,\mathrm{d}x \\
&= \left[x^2 - \frac{4}{3}x^3\right]_0^{1/2} \\
&= \frac{1}{12}
\end{aligned}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 3:

L'area richiesta è data da:

$$\begin{aligned}\mathcal{A} &= \int_{-1}^{1} (1-x)\,\mathrm{d}x + \int_{1}^{2} (x^2 - x)\,\mathrm{d}x \\ &= \left[x - \frac{1}{2}x^2\right]_{-1}^{1} + \left[\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2\right]_{1}^{2} \\ &= \frac{17}{6}\end{aligned}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 4:
Ricordiamo che il valor medio integrale, in un intervallo (a, b), è dato da:

$$VM = \frac{\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t}{b-a}$$

Nel nostro caso:

$$\int_0^3 \sqrt{2x+3}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{3}\sqrt{(2x+3)^3}\right]_0^3 = 9 - \sqrt{3}$$

Il valor medio è dato da:

$$VM = \frac{9-\sqrt{3}}{3} = 3 - \frac{1}{3}\sqrt{3}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 4:
Ricordiamo che il valor medio integrale, in un intervallo (a, b), è dato da:

$$VM = \frac{\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t}{b-a}$$

Nel nostro caso:

$$\int_0^2 x\mathrm{e}^x\,\mathrm{d}x = [x(\mathrm{e}^x - 1)]_0^2 = \mathrm{e}^2 + 1$$

Il valor medio è dato da:

$$VM = \frac{\mathrm{e}^2+1}{2} = \frac{1}{2}(\mathrm{e}^2+1)$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 4:
Ricordiamo che il valor medio integrale, in un intervallo (a, b), è dato da:

$$VM = \frac{\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t}{b-a}$$

Nel nostro caso:

$$\int_2^4 x\sqrt{x-1}\,\mathrm{d}x = \left[\frac{2}{15}\sqrt{(x-1)^3}(3x+2)\right]_2^4 = \frac{28}{5}\sqrt{3} - \frac{16}{15}$$

Il valor medio è dato da:

$$VM = \frac{\frac{28}{5}\sqrt{3} - \frac{16}{15}}{2} = \frac{14}{5}\sqrt{3} - \frac{8}{15}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 4 del quiz n. 4:
Ricordiamo che il valor medio integrale, in un intervallo (a, b), è dato da:

$$VM = \frac{\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t}{b-a}$$

Nel nostro caso:

$$\int_2^4 \ln(x-1)\,\mathrm{d}x = [(x-1)\ln(x-1) - x]_2^4 = 3\ln 3 - 2$$

Il valor medio è dato da:

$$VM = \frac{3\ln 3 - 2}{2} = \frac{3}{2}\ln 3 - 1$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 5 del quiz n. 4:
Ricordiamo che il valor medio integrale, in un intervallo (a, b), è dato da:

$$VM = \frac{\int_a^b f(t)\,\mathrm{d}t}{b-a}$$

Nel nostro caso:

$$\int_{-1}^{0}(x^2-1)\,\mathrm{d}x + \int_0^1 (x+1)\,\mathrm{d}x = \left[\frac{1}{3}x^3 - x\right]_{-1}^{0} + \left[\frac{1}{2}x^2 + x\right]_0^1 = \frac{5}{6}$$

Il valor medio è dato da:

$$VM = \frac{\frac{5}{6}}{2} = \frac{5}{12}$$

Fine Quiz

Indietro

Pieno Schermo

Chiudere

Uscire

Soluzione della domanda 1 del quiz n. 5:

Si ha:

$$\int_0^{+\infty} (2x^2 - x)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = \lim_{K\to+\infty} \left[\mathrm{e}^{-x}(2x^2+3x+3)\right]_0^K = 3$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 2 del quiz n. 5:

Si ha:

$$\int_{-\infty}^{0} x^3 \mathrm{e}^{-x^4}\,\mathrm{d}x = \lim_{K\to+\infty}\left[-\frac{1}{4}\mathrm{e}^{-x^4}\right]_0^K = -\frac{1}{4}$$

Fine Quiz

Soluzione della domanda 3 del quiz n. 5:

Si ha:

$$\int_0^{+\infty} \frac{1}{x^2+3x+2}\,\mathrm{d}x = \lim_{K\to+\infty}\left[\ln\left|\frac{x+1}{x+2}\right|\right]_0^K = \ln 2$$

Fine Quiz